

**ELFORSK**



**DAMMSÄKERHET**  
**SPRUCKNA BETONGDAMMAR**  
**Översikt och beräkningsmetoder**

**Rapport 06:29**



# **Spruckna betongdammar**

## **Översikt och beräkningsmetoder**

**Elforsk rapport 06:29**



# **Spruckna betongdammar**

## **Översikt och beräkningsmetoder**

**Elforsk rapport 06:29**

Jonas Björnström  
Tomas Ekström  
Manouchehr Hassanzadeh

Swedpower AB  
Carl Bro AB  
Vattenfall Utveckling AB



## Förord

Stockholm mars 2006

Denna rapport är ett delresultat inom Elforsk ramprogram Dammsäkerhet.

Kraftindustrin har traditionellt satsat avsevärda resurser på forsknings och utvecklingsfrågor inom dammsäkerhetsområdet, vilket har varit en förutsättning för den framgångsrika utvecklingen av vattenkraften som energikälla i Sverige.

Målen för programmet är att långsiktigt stödja branschens policy, dvs att:

- Sannolikheten för dammbrott där människoliv kan vara hotade skall hållas på en så låg nivå att detta hot såvitt möjligt elimineras.
- Konsekvenserna i händelse av dammbrott skall genom god planering såvitt möjligt reduceras.
- Dammsäkerheten skall hållas på en god internationell nivå.

Prioriterade områden är Teknisk säkerhet, Operativ säkerhet och beredskap samt Riskanalys.

Ramprogrammet har en styrgrupp bestående av: Jonas Birkedahl – FORTUM, Malte Cederström - Vattenfall Vattenkraft, Anders Isander – E.ON, Lennart Markland – Vattenregleringsföretagen, Urban Norstedt - Vattenfall Vattenkraft, Gunnar Sjödin – Vattenregleringsföretagen, Olle Mill Svenska Kraftnät samt Lars Hammar - Elforsk

Lars Hammar  
Elforsk AB





## Sammanfattning

I Sverige finns idag ett stort antal betongdammar och det är känt att ett flertal av dessa har sprickor. Vid bedömning av dammsäkerhet är det av största vikt att utifrån observationer, mätningar, och beräkningar kunna avgöra om respektive spricka utgör ett hot mot dammen eller inte. Sådan tolkning måste bygga på kunskap om var och hur sprickor uppträder och propagerar. Många betongdammar utsätts för temperaturgradienter på grund av stora skillnader i temperatur mellan vattnet på dess ena sidan och luften på dess andra vilket, särskilt i kombination med övriga laster, kan leda till allvarlig sprickbildning. Vid tillståndsbedömning av befintliga dammar bör mätningar kombineras med beräkningar för att mätresultaten ska kunna förstås och tolkas, särskilt vid existerande sprickor. Även beräkningar skall verifieras med mätningar. Fokus ska vara på att förstå funktionen hos den bärande betongen i dammarna och hur den påverkas av variationer i olika randvillkor som till exempel samverkan med det omgivande berget. Kunskapen om sprickornas betydelse för betongdammarnas funktion kan byggas genom numeriskt modelleringsarbete, bestämning av konstruktionsmaterialets fysikaliska och mekaniska egenskaper samt bestämning av randens och sprickornas tillstånd. Kunskap om sprickornas tillstånd underlättar val av reparationsmetoder. En realistisk och verifierad modell underlättar även analysen av den reparerade konstruktionen.

Som ett inledande pilotprojekt har Vattenfall Utveckling, Carl Bro och Lunds Tekniska Högskola utfört numerisk modellering av Storfinnforsens damm som byggdes 1949-1954. Dammen är en lammelkröndamm som dämmer ett vattenmagasin på 400 Mm<sup>3</sup> och dess vattennivå hålls nästan alltid i närheten av dämmningsgränsen. Lamellerna består av ett antal monoliter. Omfattande sprickbildningar på monoliternas frontplatta och stöd har uppstått. En teori är att sprickorna har uppkommit, eller förvärrats, p.g.a. av laster i bruksstadiet. För att undersöka detta har numeriska beräkningar utförts.

Det övergripande syftet med studien var att visa:

- att avancerad beräkningsteknik är tillämpbar på dammkonstruktioner,
- att tillämpningen höjer kunskaperna om dammkonstruktioners beteende under belastning.
- att beräkningstekniken underlättar analysen och upptäckten av skadeorsakerna samt
- att beräkningstekniken underlättar tillståndsbedömning av konstruktionen.

Resultatet visar att samtliga syften är uppnådda, samt att det råder principiellt god överensstämmelse mellan beräkningar och verkligheten. Beräkningarna visar var sprickor kommer att uppstå och vilken riktning de kommer att anta.



## Summary

There are many concrete dams today and it is known that several concrete dams suffer of extensive cracking. It is extremely important to combine observation, measurements and theoretical analysis when assessing the dam safety specially when the assessments deals with the cracking of the structure. Many concrete dams are exposed to large temperature gradients caused by the difference between the temperature in water and the temperature in the ambient air. The temperature gradient in combination with other loads may lead to cracking of the structure.

Assessment of the dam structures should contain observation, measurements and analyses. The observations constitute the bases of the theoretical analysis while measurements provide the analysis with the important material properties and boundary conditions and also serve as a verification tool. The focus will be to understand the behavior of the structure, type and cause of damage. A realistic and verified model facilitates the analysis and making decision regarding repair and upgrading of the structure.

The project which is presented here is a pilot project performed by Vattenfall Utveckling, Carl Bro and Lund Institute of Technology. The project is concerned with cracking of a buttress dam built between 1949 and 1954. There are several types of cracks have been observed in different locations of the dam. Some cracks are on the front plate of the dam and on the supporting parts of the buttresses. A theory is that the cracks may have been caused, or anyhow enlarged, by loads in the service limit state. In order to verify the theory a numerical modeling, based on the Finite Element Method and Fracture Mechanics, has been conducted.

The modelling aimed to:

Show that the advanced fracture mechanical models are applicable to dam structures.

Show that the applications will increase the knowledge concerning the overall behaviour of the dam structures.

Show that the detection of the type, cause and location of the damages is facilitated by the analysis.

Show that assessment of the dam structure is facilitated by the analysis.

The results show all listed aims are achievable. Furthermore, there is a good agreement between the results of the numerical analysis and the observed damages. It has been shown that it is possible to predict the location and the direction of the cracks.



## Innehållsförteckning

<b>1</b>	<b>INLEDNING .....</b>	<b>1</b>
1.1	BAKGRUND .....	1
1.2	MÅL.....	2
1.3	AVGRÄNSNINGAR.....	2
<b>2</b>	<b>SPRICKTILLVÄXT OCH BROTT I BETONG .....</b>	<b>3</b>
2.1	ALLMÄNT.....	3
2.2	KURVLINJÄR SPRICKTILLVÄXT OCH KRITERIUM FÖR SPRICKTILLVÄXT .....	4
2.3	SPRICKTILLVÄXT OCH BROTT HOS ETT LINJÄRELASTISKT MATERIAL .....	4
2.4	SPRICKTILLVÄXT OCH BROTT HOS BETONG OCH LIKANDE MATERIAL .....	11
2.4.1	<i>Dragbrott och spricktillväxt hos betong under påverkan av enaxiell dragspänning.....</i>	<i>11</i>
2.4.2	<i>Kurvlinjär spricktillväxt i betong.....</i>	<i>17</i>
2.5	SPRICKTILLVÄXTBERÄKNINGAR.....	21
2.5.1	<i>FEM implementering av spricktillväxt.....</i>	<i>21</i>
2.5.2	<i>Diskret sprickmodell.....</i>	<i>22</i>
2.5.3	<i>Sprickband modell.....</i>	<i>25</i>
2.5.4	<i>Vilken modell bör användas? .....</i>	<i>28</i>
<b>3</b>	<b>SPRICKTYPER I BETONGKONSTRUKTIONER .....</b>	<b>29</b>
3.1	ALLMÄNT.....	29
3.2	I MYCKET TIDIG ÅLDER – FÖRE BETONGS HÅRDNANDE .....	30
3.2.1	<i>Plastiska sättsprickor .....</i>	<i>31</i>
3.2.2	<i>Plastiska krympsprickor .....</i>	<i>31</i>
3.2.3	<i>Sprickor orsakade av rörelse i form eller grund.....</i>	<i>31</i>
3.3	TIDIG ÅLDER – EFTER BETONGS HÅRDNANDE .....	31
3.3.1	<i>Avsvalningsorsakade sprickor.....</i>	<i>31</i>
3.3.2	<i>Fysikalisk – kemisk inverkan.....</i>	<i>31</i>
3.4	EFTER KONSTRUKTIONENS FÄRDIGSTÄLLANDE .....	31
3.4.1	<i>Krympning.....</i>	<i>31</i>
3.4.2	<i>Temperaturdifferenser .....</i>	<i>32</i>
3.4.3	<i>Yttre laster.....</i>	<i>32</i>
3.4.4	<i>Miljöinverkan .....</i>	<i>33</i>
<b>4</b>	<b>SPRICKOR I BETONGDAMMAR .....</b>	<b>34</b>
4.1	ALLMÄNT.....	34
4.2	BÄRFÖRMÅGA .....	35
4.3	VATTENGENOMSLÄPPLIGHET .....	35
4.4	MILJÖANGREPP I SPRICKOR.....	35
4.5	UTSEENDE .....	36
4.6	BESIKTNING OCH PROVNING.....	36
<b>5</b>	<b>BERÄKNING AV MEKANISKA SPÄNNINGAR I SPRUCKNA BETONGDAMMAR .....</b>	<b>38</b>
5.1	ALLMÄNT.....	38
5.2	BERÄKNINGSGÅNG.....	38
5.3	LASTER OCH LASTKOMBINATIONER .....	38
5.4	ALLMÄNT OM FEM-BERÄKNINGAR .....	38
5.5	BALANSEKVATIONER OCH KINEMATIK.....	39
5.6	KONSTITUTIVA RELATIONER .....	39
5.6.1	<i>Allmänt.....</i>	<i>39</i>
5.6.2	<i>Elasticitetsteori .....</i>	<i>40</i>
5.6.3	<i>Plasticitetsteori .....</i>	<i>40</i>
5.6.4	<i>Plastiska materialmodeller för betong.....</i>	<i>41</i>

5.6.5	<i>Viskoelasticitetsteori (krypning)</i> .....	46
5.6.6	<i>Brotteori</i> .....	47
<b>6</b>	<b>BERÄKNING AV MILJÖNEDBRYTNING I DAMMAR</b> .....	<b>48</b>
<b>7</b>	<b>BEDÖMNING AV SÄKERHET MOT BROTT</b> .....	<b>50</b>
<b>8</b>	<b>EXEMPEL: MODELLERING AV EN LAMELLDAMM</b> .....	<b>51</b>
8.1	SYFTE .....	52
8.2	METOD .....	52
8.3	BERÄKNINGSGÅNG .....	52
8.4	LASTER .....	53
8.4.1	<i>Permanent laster</i> .....	53
8.4.2	<i>Variabla laster</i> .....	55
8.5	LASTKOMBINATIONER .....	58
8.6	FALL 1): BRUKSSTADIET: LINJÄRELASTISK BERÄKNING FÖR FALLET "JUST EFTER DET ATT MAGASINET HAR FYLLTS UPP MED VATTEN". .....	58
8.7	FALL 2): BRUKSSTADIET: LINJÄRELASTISK BERÄKNING NR 1 FÖR FALLET "EFTER CA 50 ÅR". .	60
8.7.1	<i>Förutsättningar</i> .....	60
8.7.2	<i>FE-modell vid temperaturberäkning</i> .....	61
8.7.2.1	Geometri .....	62
8.7.2.2	Randvillkor .....	63
8.7.2.3	Beräkningsnät .....	65
8.7.3	<i>Resultat temperaturberäkning</i> .....	66
8.7.3.1	Temperaturer mitt i monoliten .....	66
8.7.3.2	Temperaturer för utsidan på monoliten .....	68
8.7.3.3	Temperaturfördelning vid den högsta och lägsta lufttemperaturen .....	70
8.7.4	<i>FE-modell vid den mekaniska beräkningen</i> .....	74
8.7.4.1	Materialparametrar .....	74
8.7.4.2	Geometri .....	74
8.7.4.3	Laster .....	74
8.7.4.4	Randvillkor .....	76
8.7.4.5	Beräkningsnät .....	78
8.7.5	<i>Resultat av den mekaniska beräkningen</i> .....	78
8.7.5.1	Variation av betongens initialtemperatur .....	78
8.7.5.2	Variation av interaktionen mellan monolit och berg .....	83
8.7.5.2.1	Förskjutningar .....	83
8.7.5.2.2	Dragspänningar .....	87
8.8	FALL 3): BRUKSSTADIET: LINJÄRELASTISK BERÄKNING NR 2 FÖR FALLET "EFTER CA 50 ÅR". .	91
8.9	SPÄNNINGSBERÄKNING 1 MED ICKE-LINJÄR MATERIALMODELL .....	96
8.9.1	<i>Förutsättningar</i> .....	96
8.9.1.1	Materialparametrar .....	97
8.9.2	<i>FE-modell</i> .....	98
8.9.2.1	Geometri .....	98
8.9.2.2	Laster .....	98
8.9.2.3	Armering .....	98
8.9.2.4	Randvillkor .....	99
8.9.2.5	Beräkningsnät .....	100
8.9.3	<i>Resultat</i> .....	100
8.9.3.1	Sommartemperaturgradient .....	101
8.9.3.2	Vintertemperaturgradient .....	102
8.10	FALL 5): BRUKSSTADIET: OLINJÄRELASTISK BERÄKNING NR 2 FÖR FALLET "EFTER CA 50 ÅR".	104
8.11	FALL 6): BROTTSTADIET: OLINJÄRELASTISK BERÄKNING .....	105
8.12	FALL 7): BRUKSSTADIET: BERÄKNING AV URLAKNING I EN SPRICKA I FRONTVÄGGEN. ....	106
<b>9</b>	<b>DISKUSSION</b> .....	<b>108</b>
<b>10</b>	<b>SLUTSATSER</b> .....	<b>111</b>

11 REFERENSER .....112

## **Bilagor**

### **A FE-MODELLING OF LEACHING**





# 1 Inledning

## 1.1 Bakgrund

I Sverige finns idag ett stort antal betongdammar och det är känt att flera av dessa har sprickor. Vid bedömning av dammsäkerhet är det av största vikt att utifrån observationer, mätningar, och beräkningar kunna avgöra om respektive spricka utgör ett hot mot dammen eller inte. För att kunna avgöra om sprickorna är farliga för fortsatt säkerhet hos dammen behöver man kunna uppskatta hur, när och varför de har uppkommit. Om t.ex. sprickorna uppstod under avsvälningen efter gjutningen och sprickorna sedan dess i stort sett är stilla, behöver inte sprickorna vara så farliga för säkerheten på kort sikt utan det är mer ett beständighetsproblem när vatten och aggressiva ämnen kan tränga in i sprickorna och förstöra bärförmågan på sikt. Om däremot sprickorna har bildats genom för höga spänningar i materialet och om dessutom sprickorna inte är stilla utan hela tiden förstoras och blir fler kan det förutom beständighetsproblem vara en fara för den direkta dammsäkerheten.

För att kunna avgöra hur och när sprickor bildats bör man i första hand studera källmaterial som personliga samtal, foton, tidigare utredningar/karteringar, besiktningsdokument, etc. Finns det inga sådana källor är man hänvisad till kvalificerade uppskattningar. I sådana uppskattningar spelar olika slags beräkningar en stor roll. Även för att förklara varför sprickorna har uppstått är beräkningar ett användbart instrument.

Beräkningar kan göras mer eller mindre förfinade avseende modeller, beräkningsverktyg och undersökning av ingående variabler. För att kunna förklara sprickmönster och tidsaspekter räcker det inte alltid med enklare handberäkningar. Fördelen med FEM-beräkningar är att de kan byggas på avancerade fysikaliska balansekvationer, materialmodeller, geometrier, randvillkor och över tiden.

Beräkningar bör på något vis verifieras mot observationer och mätningar i fält.

Kunskap om hur, när och varför sprickorna har uppstått underlättar val av reparationsmetoder. I en del fall kan konstateras att felaktiga reparationstekniker har använts som kanske till och med förvärrar tillståndet. En realistisk och verifierad modell underlättar även analysen av den reparerade konstruktionen.

Sådan tolkning måste bygga på kunskap om var och hur sprickor uppträder och propagerar. Många betongdammar utsätts för temperaturgradienter på grund av stora skillnader i temperatur mellan vattnet på dess ena sidan och luften på dess andra vilket, särskilt i kombination med övriga laster, kan leda till allvarlig sprickbildning. Vid tillståndsbedömning av befintliga dammar bör mätningar kombineras med beräkningar för att mätresultaten ska kunna förstås och tolkas, särskilt vid existerande sprickor. Fokus ska vara på att förstå funktionen hos den bärande betongen i dammarna och hur den påverkas av variationer i olika randvillkor som till exempel samverkan med det omgivande berget. Kunskapen om sprickornas betydelse för betongdammarnas funktion kan byggas genom numeriskt modelleringsarbete, bestämning av

konstruktionsmaterialets fysikaliska och mekaniska egenskaper samt bestämning av randens och sprickornas tillstånd.

Som ett inledande pilotprojekt har Vattenfall Utveckling, Carl Bro och Lunds Tekniska Högskola utfört numerisk modellering av en lammelkröndamm som dämmer ett vattenmagasin.

Lamelldammen består av ett antal lamelldammsmonoliter. En monolit utgörs av en 8 m bred *frontplatta* med en nedströms liggande stödskena, eller kontrefor, i denna rapport kallad för *damppelare*. Lamelldammen är av typen *tunn lamelldamm*. Med benämningen *dammen* nedan avses i fortsättningen endast lamelldammen. Ursprungligt projekterad värmeisoleringsvägg nedströms dammen blev utförd först en lång tid efter uppförandet av dammen. Vid gjutningen av monoliterna användes gjutordningen att först göt man del av damppelare, sedan del av frontplatta och sist mellanliggande *krympfog*. Sedan upprepades proceduren på en högre nivå. Frontplattan utfördes lutande för att använda vattentrycket för att stabilisera dammen.

Redan tidigt upptäcktes sprickor i dammen. Det har utförts ett antal undersökningar och åtgärder på dammen. Alla undersökningar har enbart studerat sprickorna i frontplattorna samt urlakning och frostsador i dem. Även risk för armeringskorrosion har berörts. Ingen kartering eller studie har utförts av sprickorna i damppelarna.

För att undersöka om sprickorna har uppstått eller förvärrats av dragspänningar i betongen under bruksstadiet har numeriska beräkningar i denna studie utförts. Både linjära och icke linjära beräkningar har genomförts med Finita Element Metoden.

## **1.2 Mål**

Det övergripande syftet med studien var att visa:

- att avancerad beräkningsteknik är tillämpbar på dammkonstruktioner,
- att tillämpningen höjer kunskaperna om dammkonstruktioners beteende under belastning,
- att beräkningstekniken underlättar analysen och upptäckten av skadeorsakerna samt
- att beräkningstekniken underlättar tillståndsbedömning av konstruktionen.

## **1.3 Avgränsningar**

Detta projekt bör betraktas som ett pilotprojekt. Avsikten var att få en allmän uppfattning om beräkningsmodellens tillämpbarhet. Därför har grova förenklingar gjorts i vissa fall. Ingen hänsyn har tagits till variationen i vattentemperaturen och isbildning i och på betongen. Inga materialdata har bestämts samt att beräkningsresultaten inte har verifierats med mätningar utan enbart med synliga sprickbildningar.

## 2 Spricktillväxt och brott i betong

### 2.1 Allmänt

Betong är ett kompositmaterial bestående av ballastkorn som omges och hålls samman av cementpasta. Betongens mekaniska och fysikaliska egenskaper styrs av cementpastan, ballasten och övergångszonen mellan cementpasta och ballast. I normalbetong, d.v.s. betong tillverkad med  $v_{ct} > 0.4$  och normal svensk ballast, är cementpastan och övergångszonen mellan pasta och ballast de styrande komponenterna. Ballasten påverkar betongens egenskaper indirekt genom att inverka på betongens gjutbarhet, vatten- och bruksseparation mm.

De betongegenskaper som styrs av cementpastan är bl. a. densitet, täthet, styvhet och hållfasthet. En tät, styv och stark cementpasta leder till en tät, styv och stark betong. Cementpastans egenskaper styrs först och främst av vattencementtalet,  $v_{ct}$ . Cementpastans densitet, täthet, styvhet och hållfasthet ökar med minskat  $v_{ct}$ .

Betongens egenskaper styrs även av andelen cementpasta och ballast. Normal svensk ballast är tät, styv och stark och har låg porositet. Av dessa anledningar borde man sträva efter att ha så hög andel ballast, låg andel cementpasta, som möjligt i betongen. Betongen bör dock innehålla tillräcklig mängd cementpasta så att ballastkornens yta täckes samt att den färska betongen får bra gjutegenskaper och stabilitet.

Betong antas normalt som ett homogent och isotropt material. Antagandena är korrekta så länge provkroppens minsta mått är flera gånger, 3-5 ggr, större än största ballastkornen samt att blandning, gjutning och härdning inte har medfört några materialskiktningar, vatten- och bruksseparationer, sprickbildningar mm.

Betong tillhör gruppen spröda och icke skjuvflyttande material. Hos icke skjuvflyttande material sker ingen nämnvärd plasticering och tvärkontraktion före brott. Brottet föregås normalt av en omfattande mikrosprickbildning som lokaliseras i ett område som kallas för brottzon. Brottzonen initieras när materialets gränstöjning har överskridits. Hos betong och liknande material sker större delen av energiförbrukningen i samband med brott i brottzonen.

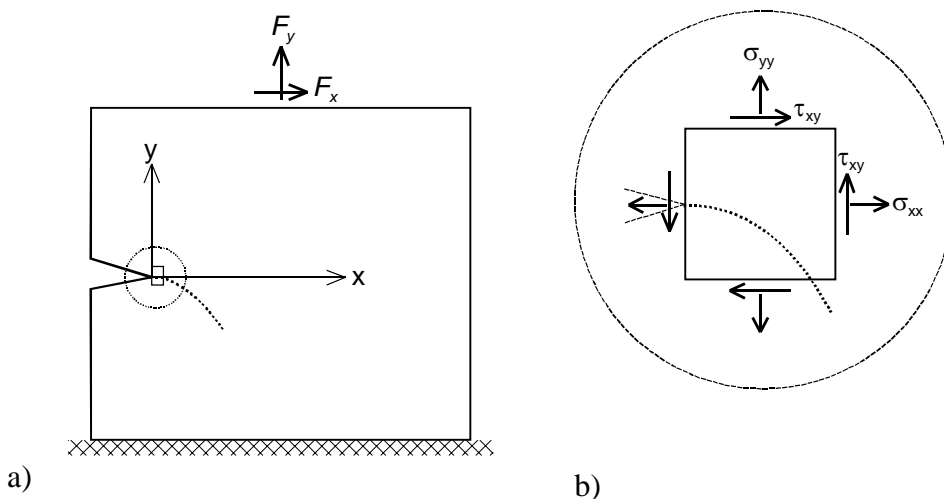
Hos skjuvflyttande material, till exempel metaller, föregås brottet av en omfattande plasticering och tvärkontraktion. Större delen av plasticeringen och tvärkontraktionen sker innan materialets töjning uppnår gränstöjningen. Därför sker större delen av energiförbrukningen hos metaller och liknande material före gränstöjningen.

Betongens draghållfasthet är relativt låg och är mycket lägre än dess tryckhållfasthet. Därför armeras betong för att kunna ta upp dragspänningar. I vanliga konstruktionsberäkningar tar man inte så mycket hänsyn till betongens förmåga att ta upp dragspänningar. Denna uppgift lämnas ofta till armeringen. Därför sprickor är vanliga i slakarmerade betongkonstruktioner eftersom viss sprickbildning måste ske innan armeringen kan börja ta upp några laster. I själva verket är betongens förmåga att motstå dragspänningar en förutsättning för att en betongkonstruktion skall kunna

existera. All typ av betongbrott involverar sprickbildning och sprickor orsakas av dragspänningar, vilket kommer att belysas nedan.

## 2.2 Kurvlinjär spricktillväxt och kriterium för spricktillväxt

Kurvlinjär spricktillväxt, på engelska Curve-Linear Crack Propagation, är en fall av spricktillväxt där sprickans tillväxtriktning ändras, Figur 2.1a. Figuren visar en struktur med en initial spricka. Strukturen är belastad med krafterna  $F_n$  och  $F_s$ . Det antas att sprickan kommer att växa om lasterna ökas samt att sprickan följer den streckade kurvan. De spänningar som verkar på ett godtyckligt element beläget i sprickans väg framgår av Figur 2.1b. Vidare antas att plant spänningstillstånd råder, d.v.s. att inga spänningar verkar vinkelrätt mot elementets plan. För att avgöra när sprickan börjar växa och vilken riktning den kommer att ha måste man definiera ett kriterium för sprickans tillväxt och ett kriterium för sprickans riktning.



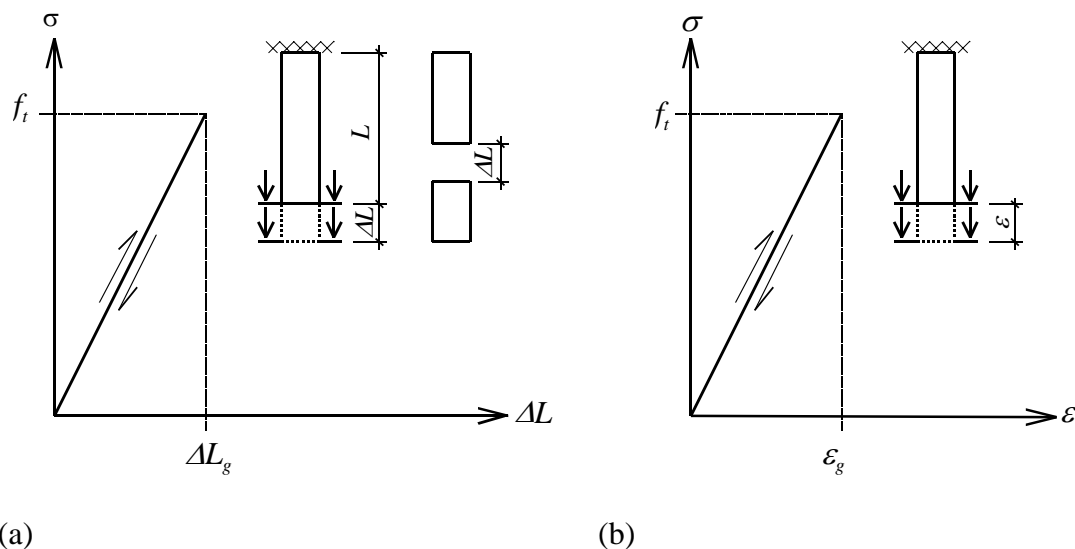
Figur 2.1 Struktur med initial spricka.

Det finns två huvudprinciper för att avgöra om en spricka börjar växa. Vid den ena principen används energikriterium, eller motsvarande, för att avgöra om en spricka är stabil eller växer. Vid den andra principen är avgörandet baserat på spänningskriterium. Skillnaden mellan dessa huvudprinciper orsakas av de antaganden man gör beträffande materialets spänning - deformationssamband. För att förstå skillnaderna mellan huvudprinciperna ges nedan en kort beskrivning av grunderna för båda principerna.

## 2.3 Spricktillväxt och brott hos ett linjärelastiskt material

Anta att staven i Figur 2.2a belastas genom att deformationen ökar med mycket små steg. På grund av att materialet är linjärelastiskt kommer spänningen öka linjärt med ökad deformation. Töjningen kan beräknas genom att dividera deformationen,  $\Delta L$ , med stavens längd,  $L$ . Om staven avlastas genom att stegvis minska deformationen sjunker spänningen i samma takt som deformationen. Vid pålastning brister staven när spänningen når materialets draghållfasthet,  $f_t$ , eller töjningen når gränstöjningen,  $\varepsilon_g$ .

Anta att staven brister på samma sätt som visas i Figur 2.2a. På grund av att materialet är linjärelastiskt och sprött uppstår inga kvarstående deformationer. Stavens båda delar avlastas helt och avståndet mellan de två bitarna blir  $\Delta L$ . Detta är brottbeteendet hos ett linjärelastiskt material.



Figur 2.2 Sambandet mellan spänning och deformation hos ett linjärelastiskt material.

Den elastisk energi som är lagrad i staven per volymenhet är ytan under spännings - töjningskurvan, Figur 2.2b:

$$u_e = \frac{1}{2} \sigma \varepsilon = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sigma^2}{E} \quad \frac{Nm}{m^3} \quad (2.1)$$

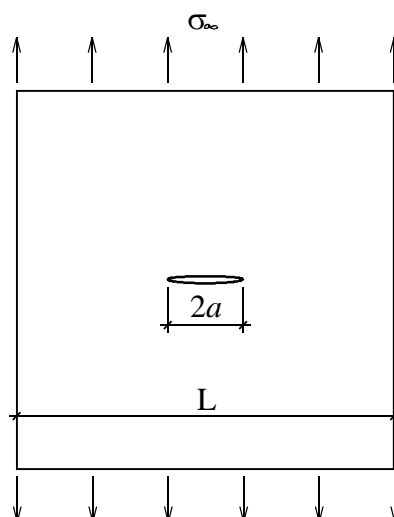
$E$  [ $N/m^2$ ] är materialets elasticitetsmodul.

I samband med brott frigörs den elastiska energin. Om den frigjorda energin är större än den energi som materialet kan konsumera växer sprickan annars slutar sprickan att växa. Detta belyses genom följande exempel [1].

Betrakta skivan i Figur 2.3. Skivan belastas med en spänning  $\sigma_\infty$ . Anta att skivan är utan spricka från början men vid en viss spänning bildas en spricka med längden  $2a$  ( $a \ll L$ ). I samband med att sprickan bildas avlastas en del av skivan. Avlastningen medför att elastisk energi frigörs. Den frigjorda energin kan approximativt beräknas med följande formel:

$$U_e = 2b\pi a^2 u_e = \frac{b\pi a^2 \sigma_\infty^2}{E} \quad Nm \quad (2.2)$$

$b$  är skivans tjocklek.



Figur 2.3 Skiva med spricka.

Figur 2.4 visar  $U_e$  som funktion av  $a$ . Deriveras  $U_e$  med avseende på  $a$  erhålls då den elastiska energi som frigörs per längdenhet vid spricktillväxt.

$$\frac{dU_e}{da} = \frac{2b\pi a\sigma_\infty^2}{E} \quad [N] \quad (2.3)$$

Ovanstående kan skrivas på följande form:

$$\frac{dU_e}{da} = 2bG \quad [N] \quad (2.4)$$

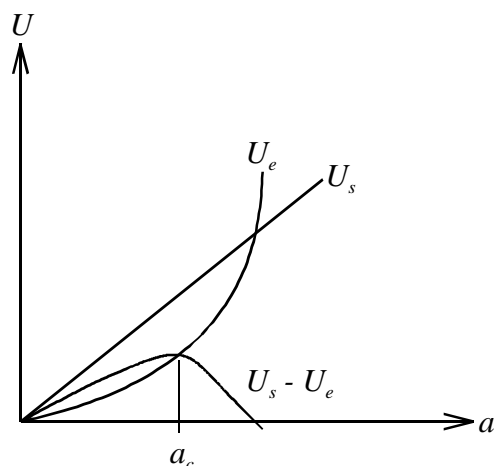
$$G = \frac{\pi a\sigma_\infty^2}{E} \quad [N/m] \quad (2.5)$$

$G$  är en faktor som anger hur mycket lagrad energi som frigörs per ytenhet nybildad spricka.  $G$  beror på belastningsfallet, strukturens geometri, sprickans storlek, m.m.. I det speciella fallet som beskrivs här bestäms  $G$  genom ekvation 5.  $G$  kallas på engelska för Strain Energy Release Rate.  $G$  kallas även för Crack Driving Force.

När sprickan förlängs konsumeras energi. Den energi som går åt att bilda en spricka med längden  $2a$  bestäms enligt nedan.

$$U_s = b2aG_C \quad [Nm] \quad (2.6)$$

$G_C$  [N/m] är den energi som går åt att bilda en ytenhet ny spricka.  $G_C$  är en materialparameter. Figur 4 visar  $U_s$  som funktion av  $a$ .



Figur 2.4 Frigjord elastisk energi och förbrukad energi vid spricktillväxt.

Energikonsumtionen per längdenhet spricktillväxt beräknas genom att derivera  $U_s$  med avseende på  $a$ .

$$\frac{dU_s}{da} = 2bG_C \quad [N] \quad (2.7)$$

Figur 2.4 visar även  $(U_s - U_e)$ . Villkoret för att en spricka skall kunna växa är att den frigjorda energin överstiger den energi som kan konsumeras.

$$\frac{d(U_s - U_e)}{da} \leq 0 \quad (2.8)$$

$$\frac{dU_e}{da} \geq \frac{du_s}{da} \quad (2.9)$$

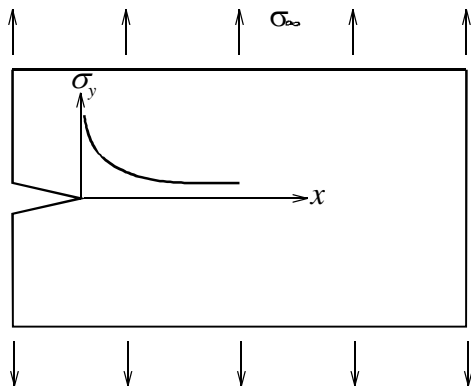
Insättning av (4) och (7) i (9) ger:

$$G \geq G_C \quad (2.10)$$

Enligt denna modell kan spänningen,  $\sigma_\infty$  i det belastningsfall som visas i Figur 2.3, ökas tills villkoret enligt ekvation (10) blir uppfyllt. Så länge  $G < G_C$  sker ingen spricktillväxt. Sprickan börjar växa då ökad  $\sigma_\infty$  medför att villkoret  $G = G_C$  uppfylls. Spricktillväxten kan ske stabilt eller instabilt. Stabil spricktillväxt betyder att belastningen måste öka för att sprickan skall kunna växa ytterligare. Om lasten inte ökar så avstannar spricktillväxten. Instabil spricktillväxt betyder att sprickan kan växa utan att lasten behöver öka. Villkoret för instabil spricktillväxt är att sprickans längd antar ett kritiskt värde,  $a_c$ , definierat enligt Figur 2.4.  $a_c$  kan beräknas med hjälp av ekvation (5) och (10).

$$a_c = \frac{EG_C}{\pi\sigma_\infty^2} \quad m \quad (2.11)$$

Anledningen för att man använder denna modell för att beskriva spricktillväxten är att det är svårt att ange spänningarna nära en sprickspets. Beräkningar baserade på Linjärelastisk Brottmeکانik (Linear Elastic Fracture Mechanic, LEFM) visar att spänningar framför en sprickspets kan bli mycket stora, Figur 2.5. Så höga spänningar är inte rimliga och kan inte existera i praktiken. Detta är ett resultat av de antaganden som man gör för att härleda modellerna baserade på LEFM. Spänningsfördelningen framför en sprickspets vid plant spänningstillstånd framgår av ekvation (12).

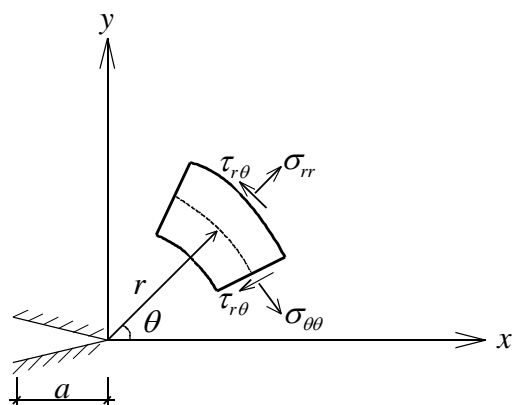


Figur 2.5 Spänningsfördelning framför en spricka enligt LEFM.

$$\begin{bmatrix} \sigma_{rr} \\ \sigma_{\theta\theta} \\ \tau_{r\theta} \end{bmatrix} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \begin{bmatrix} +\frac{5}{4} \cos \frac{\theta}{2} - \frac{1}{4} \cos \frac{3\theta}{2} \\ +\frac{3}{4} \cos \frac{\theta}{2} + \frac{1}{4} \cos \frac{3\theta}{2} \\ +\frac{1}{4} \sin \frac{\theta}{2} + \frac{1}{4} \sin \frac{3\theta}{2} \end{bmatrix} + \frac{K_{II}}{\sqrt{2\pi r}} \begin{bmatrix} -\frac{5}{4} \sin \frac{\theta}{2} + \frac{3}{4} \sin \frac{3\theta}{2} \\ -\frac{3}{4} \sin \frac{\theta}{2} - \frac{3}{4} \sin \frac{3\theta}{2} \\ +\frac{1}{4} \cos \frac{\theta}{2} + \frac{3}{4} \cos \frac{3\theta}{2} \end{bmatrix} + \dots \quad (2.12)$$

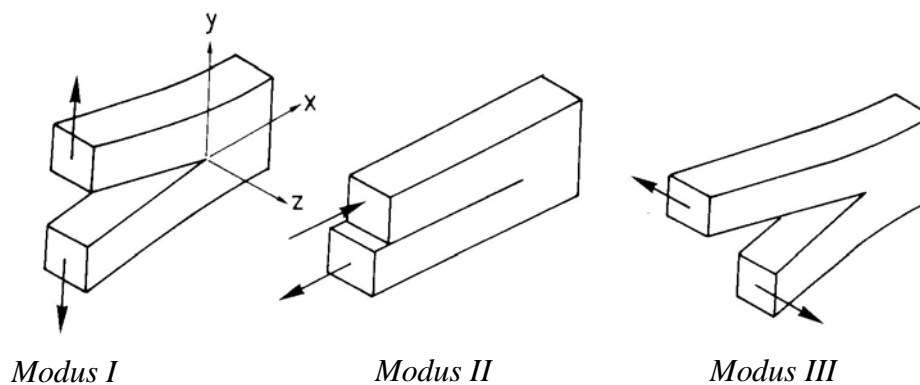
(2.12) anger spänningarna i ett polärt koordinatsystem. Det bör noteras att de mest dominerande termerna är medtagna i Ekv. 12, övriga termer har utelämnats.  $r$  är avståndet från sprickspetsen och  $\theta$  är vinkeln mellan lägesvektorn och x-axeln, Figur 2.6.  $\sigma_{rr}$  respektive  $\sigma_{\theta\theta}$  är spänningar i radiell respektive tangentiell riktning samt  $\tau_{r\theta}$  är skjuvspänning.  $K$  [ $\text{N}/\text{m}^{3/2}$ ] är spänningsintensitetsfaktorn. Indexen I och II betecknar olika *modus*, se nedan.





Figur 2.6 Spänningar i ett polärt koordinatsystem.

Inom brottmekaniken definierar man tre grundläggande brottformer så kallad *modus*, nämligen modus I, II och III, Figur 2.7. De olika brottformerna indikerar hur två delar av en kropp förskjuts i förhållande till varandra. I modus I säras delarna genom dragning i xy-planet, i modus II glider delarna i förhållande till varandra i xy-planet och i modus III glider delarna förhållande till varandra tvärs xy-planet. Vad det gäller betong och liknande material är modus I det mest förekommande spricktillväxten och kan uppkomma i renodlad form. De övriga spricktillväxtformerna är sällsynta i renodlad form. Blandad modus kan förekomma. Blandad modus I och II diskuteras något mer nedan. Ekvation 12 gäller för renodlad modus I och II samt blandad modus I och II.



Figur 2.7 Grundläggande brottformer.

Ekvation (12) kan användas för att beskriva spänningsfördelningen framför sprickspetsen i Figur 2.5. Belastningsfallet medför att spricktillväxten blir enligt modus I, d.v.s. att  $K_{II} = 0$ . Sprickan kommer att växa längs med x-axlen, d.v.s.  $\theta = 0$ . Den spänning som medför att sprickan växer är  $\sigma_{\theta\theta}$  som sammanfaller med  $\sigma_y$ . I detta fall anges  $\sigma_y$  av ekvation (13) och fördelning av  $\sigma_y$  visas schematiska i Figur 2.5.

$$\sigma_y = \sigma_{\theta\theta}|_{\theta=0} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} + \dots \quad (2.13)$$

Ekvation (13) visar att spänningen går mot oändligheten då  $r$  går mot 0. Därför kan man inte använda spänningskriterium för spricktillväxt. Det krävs ändliga spänningar för att spänningskriteriet skall kunna vara tillämpligt.

Sambandet mellan  $G$  och  $K$  framgår av Ekvation (14).

$$K = \sqrt{EG} \quad N / m^{3/2} \quad (2.14)$$

Ekvation (14) gäller för samtliga brottmodus som beskrevs ovan, d.v.s.  $K_I = (EG_I)^{1/2}$ ,  $K_{II} = (EG_{II})^{1/2}$  och  $K_{III} = (EG_{III})^{1/2}$ . Ekvation (14) gäller även för de kritiska värdena och villkoren, till exempel  $K_{IC} = (EG_{IC})^{1/2}$ .

Spänningsintensitetsfaktorn för det belastningsfall som visas i Figur 2.3 kan bestämmas med hjälp av ekvationerna (5) och (14).

$$K_I = \sqrt{\pi a} \sigma_\infty \quad [N / m^{3/2}] \quad (2.15)$$

Sprickan börjar växa om villkoret  $K_I \geq K_{IC}$  uppfylls. Den spänning som initierar spricktillväxten beräknas genom att utnyttja villkoret  $K_I \geq K_{IC}$  tillsammans med ekvation (15). Enligt LEFM är  $K_{IC}$  liksom  $G_{IC}$  en materialegenskap. Båda två används som ställföreträdare för materialets draghållfasthet eftersom det är svårt att bestämma de verkliga spänningarna nära en sprickspets. I handböcker anges lösningar för  $K$  och  $G$  för olika enkla geometrier, belastningsfall och brottmodus. Numeriska metoder, t.ex. Finita Element Metod (FEM), måste användas för att bestämma  $K$  och  $G$  för komplicerade geometrier och belastningsfall. Det är inte föreliggande rapportens avsikt att gå genom hur man använder numeriska metoder för att bestämma  $K$  och  $G$ . Den intresserade läsaren hänvisas till [2]. De kommersiella FEM-programmen kan innehålla moduler som beräknar  $K$  och  $G$ .

LEFM kan tillämpas för att beskriva den spricktillväxt som visas i Figur 2.1. Det finns olika teorier inom LEFM som anger kriterier för sprickans tillväxt och dess tillväxtsriktning [3]. I denna rapport nämns en modell som utvecklades av [4]. Modellen kallas för "Maximum Tangential Stress Theory". Enligt denna teori växer sprickan i den riktning längs vilken  $\sigma_{\theta\theta}$  (Tangential Stress) maximeras och  $\tau_{r\theta}$  (skjuvspänning) är noll. Genom att använda detta villkor och ekvation (12) erhålls följande samband:

$$K_I \left( \frac{1}{4} \sin \frac{\theta}{2} + \frac{1}{4} \sin \frac{3\theta}{2} \right) + K_{II} \left( \frac{1}{4} \cos \frac{\theta}{2} + \frac{3}{4} \cos \frac{3\theta}{2} \right) = 0 \quad (2.16)$$

Spricktillväxten initieras när följande villkor är uppfyllt:

$$K_{e\theta} = \sqrt{2\pi r} \sigma_{\theta\theta} = K_I \left( \frac{3}{4} \cos \frac{\theta}{2} + \frac{1}{4} \cos \frac{3\theta}{2} \right) - K_{II} \left( \frac{3}{4} \sin \frac{\theta}{2} + \frac{3}{4} \sin \frac{3\theta}{2} \right) = K_{IC} \quad (2.17)$$

Ekvation (17) är andra raden i ekvation (12). Enligt ekvationen initieras spricktillväxten då den effektiva spänningsintensitetsfaktorn,  $K_{e\theta}$ , som representerar den tangentiella spänningen uppnår det kritiska värdet  $K_{IC}$ .

Vid beräkning av spricktillväxt beräknas  $K_I$  och  $K_{II}$  som tillsammans med ekvation (16) bestämmer spricktillväxtens riktning  $\theta$ . Sedan avgörs med ekvation (17) om spänningen är tillräcklig för att sprickan skall växa.

Ovanstående modell kan jämföras med en modell inom vanlig hållfasthetslära som är baserad på spänningar och hållfasthet. I vanlig hållfasthetslära bestämmer man huvudspänningarna och deras riktning. Man kan säga att: sprickan växer vinkelrätt mot huvuddragspänningen (villkor 1), när denna spänning uppnår materialets draghållfasthet (villkor 2). Det första villkoret kan jämföras med ekvation (16), d.v.s. att huvuddragspänningen kan jämföras med maximum tangentiell spänning. Vidare gäller att skjuvspänningar inte existerar i riktning vinkelrätt mot huvudspänningar. Det andra villkoret kan jämföras med ekvation (17).

Den beskrivna modellen är baserad på antagandena att materialet är linjärelastiskt och att sprickspetsen är skarp. Det har visats att antagandena kan leda till felaktigheter vad det gäller bestämning av spricktillväxt i betong och liknande material [5]. Anledningen är betongens mjuknande egenskaper, se nästa avsnitt, som medför att betongen inte beter sig linjärelastiskt i samband med brott samt att sprickspetsen inte är skarp utan består av en relativ stor brottzon. Den mjuknande egenskapen har stor inverkan på brottbeteendet hos små och medelstora konstruktioner. Den mjuknande egenskapens inverkan på konstruktionens brottbeteende minskar med ökad dimension hos konstruktionen. LEFM kan modifieras så att den även inkluderar materialets mjuknande. Detta utelämnas här.

## **2.4 Spricktillväxt och brott hos betong och liknande material**

Betong består till ca 30% av cementpasta och 70% av ballast. Cementpasta tillhör materialgruppen icke skjuvflyttande spröda material. Egenskapen beror på de bindningar som förekommer i cementpastan (jon- och kovalentbindning), de porer och defekter som förekommer i cementpastan, samt de egenspänningar som bildas under härdningen. Även ballasten hör till denna materialgrupp. Bindningen mellan cementpasta och ballast är huvudsakligen mekanisk, d.v.s. att cementgelen växer in i ballastens ytstruktur. Både ballast och cementpasta är betydligt sprödare än den betong som de bildar. Anledningen är bl. a. att ballastkornen påverkar sprickans väg och medför att betongens brottyta blir mycket ojämnare jämfört med brottytan hos en cementpasta eller ett ballastkorn.

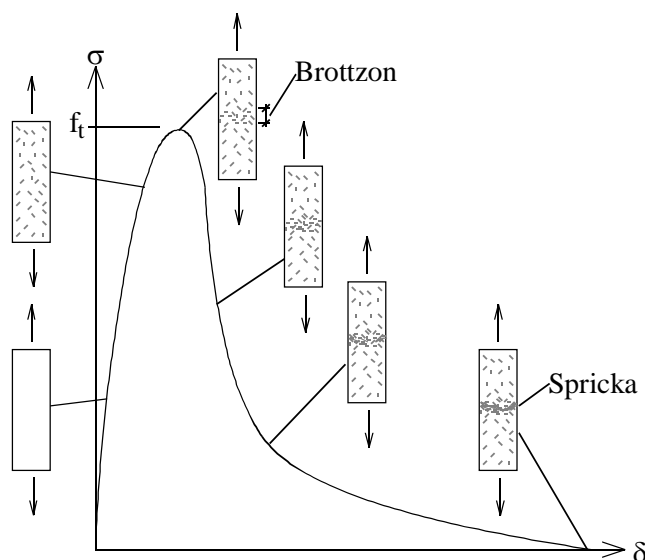
### ***2.4.1 Dragbrott och spricktillväxt hos betong under påverkan av enaxiell dragspänning***

Nedan beskrivs brottförloppet för betong och liknande material utsatta för dragspänningar. Beskrivningen är kortfattad. För detaljerad beskrivning hänvisas till [5] och [6].

Det slutliga brottet i porösa och spröda material föregås av mikrosprickbildning som växer i antal och storlek. Mikrosprickorna lokaliseras allteftersom deformationen ökar och så småningom växer ihop och bildar en verklig spricka. Med brott menas att

materialet delas i två delar. Mikrosprickor är lokala skador som initieras i de ställen materialet är försvagat och i de ställen där spänningskoncentrationer förekommer till exempel mellan ballastkorn och cementpasta.

När en provkropp som består av ett sprött material dragbelastas under deformationskontroll, d.v.s. att deformationen ökar successivt, ökar dragspänningen med ökad deformation tills materialets draghållfasthet uppnås, se Figur 2.8. Därefter sjunker dragspänningen tills provkroppen går sönder, d.v.s. delas i två delar. Före maxspänningen,  $f_t$ , är mikrosprickbildningens omfattning liten och den är fördelad över hela volymen. Vid maxspänning ökar mikrosprickbildning. Mikrosprickbildningen blir också koncentrerad inom ett begränsat område så kallat brottzon. Härefter sker all mikrosprickbildning inom brottzonen och ökad deformation leder till ökat antal mikrosprickor samt att mikrosprickorna växer ihop. Härav, sjunker spänningen och materialet ”Mjuknar”. Det är brottzonen som så småningom utvecklas till den slutliga och synliga sprickan. Materialet konsumerar energi under mikrosprickbildningen. Ju större energi som materialet konsumerar per deformationsenhet desto segare är materialet. Ett segt material har större möjlighet att omfördela och utjäma spänningskoncentrationer.



**Figur 2.8 Utveckling av mikrosprickor**

I Figur 2.9 visas schematiskt spänningsfördelningen framför en spricka i två olika material, d.v.s. Material I och Material II. Materialen antas ha exakt samma mekaniska egenskaper. Den enda skillnaden mellan Materialen är att brott i Material I inte föregås av mikrosprickbildning.

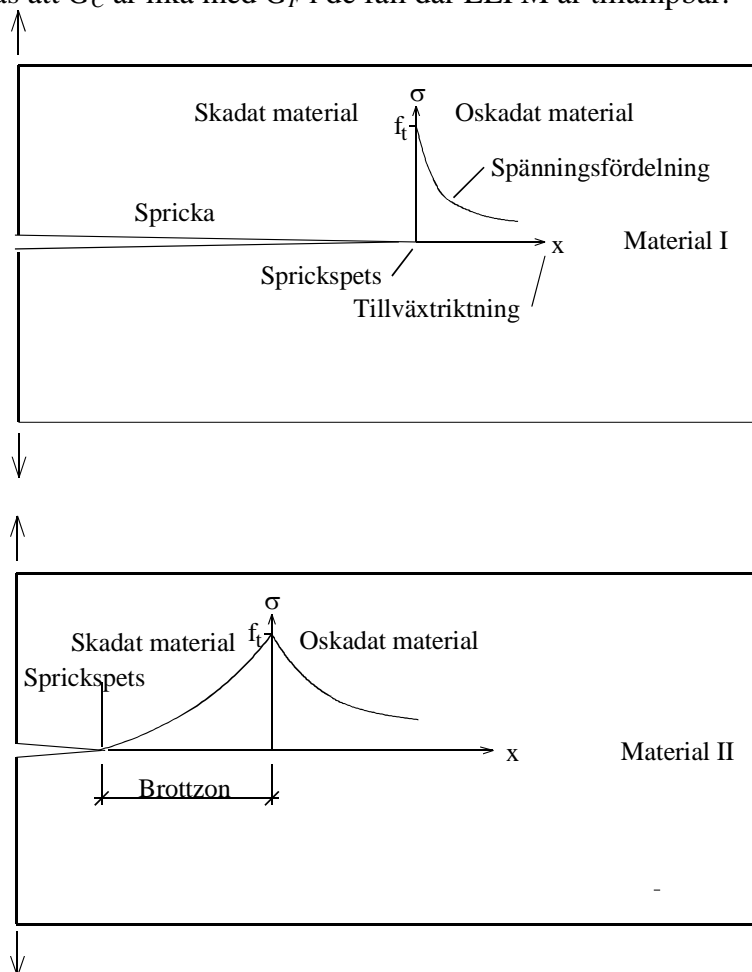
När belastningen ökar växer sprickan. I Material I bildas alltid en skarp spricka framför vilken finns relativt stora spänningar. I Material II däremot bildas en brottzon framför sprickan. Brottzonen medför att spänningarna framför sprickan blir låga. Vid LEFM bortses från brottzonens inverkan. Man antar att brottzonens storlek är mycket mindre än konstruktionens storlek. Detta kan stämma för vissa material men inte för betong.

Brottzonen i en betongkonstruktion kan bli några decimeter långa om konstruktionens dimensioner tillåter detta. I [5] visas att för att LEFM skall kunna vara tillämpbar på betongkonstruktioner måste konstruktionens storlek i sprickans riktning vara 2 – 3 m. Vid riktig grova konstruktioner kan man bortse från brottzonens inverkan.

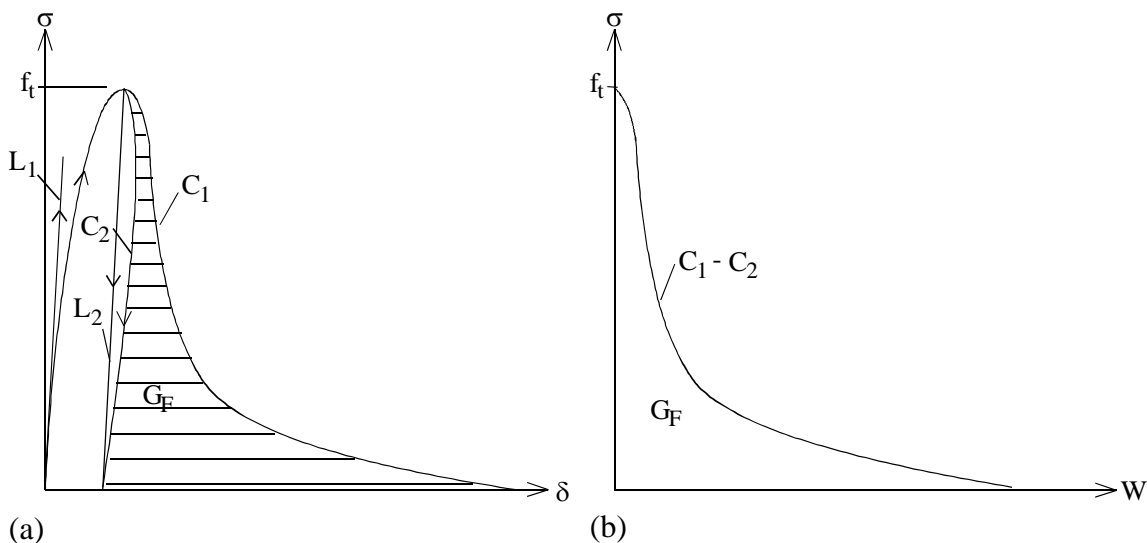
Den zon som bildas framför en verklig spricka kallas för brottzon. Egenskaperna hos denna zon beskrivs med en spänning – deformationskurva. Denna kurva bestäms genom ett deformationsstyrt dragprov. Resultatet av ett sådant dragprov kan se ut som kurva  $C_1$  i Figur 2.10a. Från kurvan erhålls brottzonens spänning – deformationskurva genom att subtrahera kurva  $C_2$  från kurva  $C_1$ . Resultatet av subtraktionen visas i figur 10b. Denna kurva beskriver brottzonens spänning – deformationskurva,  $\sigma$ - $W$  kurva. Kurva  $C_2$  är provkroppens avlastningskurva om den skulle bli avlastad vid maxspänning.  $C_2$  bestäms inte i praktiken. Linje  $L_2$  som är parallell med linje  $L_1$ , d.v.s. tangenten till kurva  $C_1$  vid origo, används istället för  $C_2$ .

Ytan under  $\sigma$ - $W$  kurva är den brottenergi,  $G_F$  [N/m], som konsumeras per ytenhet när en spricka bildas.

Det bör noteras att  $G_C$  är lika med  $G_F$  i de fall där LEFM är tillämpbar.



Figur 2.9 Spänningsfördelning framför en spricka



Figur 2.10 Bestämning av brottzonens spänning – deformationskurva

I Figur 2.11 jämförs några typer av  $\sigma$ - $W$  kurvor. I figur 11a jämförs material  $M_1$  och  $M_2$ . Material  $M_1$  har lägre draghållfasthet och brottenergi jämfört med material  $M_2$ . Material  $M_2$ 's beteende vid brott är sprödare än  $M_1$ . Det vill säga hög brottenergi behöver inte leda till segare brottgenskaper. De faktorer som är viktiga är:

- Brottzonens storlek i förhållande till konstruktionens karakteristiska storlek.
- Den energi som frigörs i samband med spricktillväxt i förhållande till den energi som förbrukas i samband med sprickbildning.
- $\sigma$ - $W$  kurvans form.

Faktoreernas inverkan beskrivs nedan.

I Figur 2.11b jämförs material  $M_1$  med material  $M_3$  och  $M_4$ . Bland dessa är material  $M_4$  segast vid brott. Anledningen är kurvans lutning. Ju brantare kurvan är desto sprödare beter sig materialet. Vid konstant draghållfasthet leder ökning av brottenergi till ökad flackhet hos  $\sigma$ - $W$  kurvan vilken ökar materialets seghet.

När man tillsätter fibrer ökar inte materialets draghållfasthet nämnvärd däremot ökar materialets brottenergi och kurvans flackhet. I Figur 2.11c visas effekten av fibrer.

Strax före brott, d.v.s. vid maxspänning, finns elastisk energi lagrad i materialet. Denna energi kan uttryckas genom  $kf_i^2/E$  [ $\text{N/m}^2$ ],  $f_i$  [ $\text{N/m}^2$ ] är materialets draghållfasthet och  $E$  [ $\text{N/m}^2$ ] är materialets elasticitetsmodul.  $k$  är en faktor som beror på belastningsfallet och provkroppens storlek. Vid enaxiellt dragprov är  $k = 0.5V$ .  $V$  [ $\text{m}^3$ ] är provkroppens volym.

Den lagrade energin frigörs i samband med brott. Energin tas om hand av provkroppen genom plastiska deformationer, mikrosprickbildning, brott och dynamiska effekter.

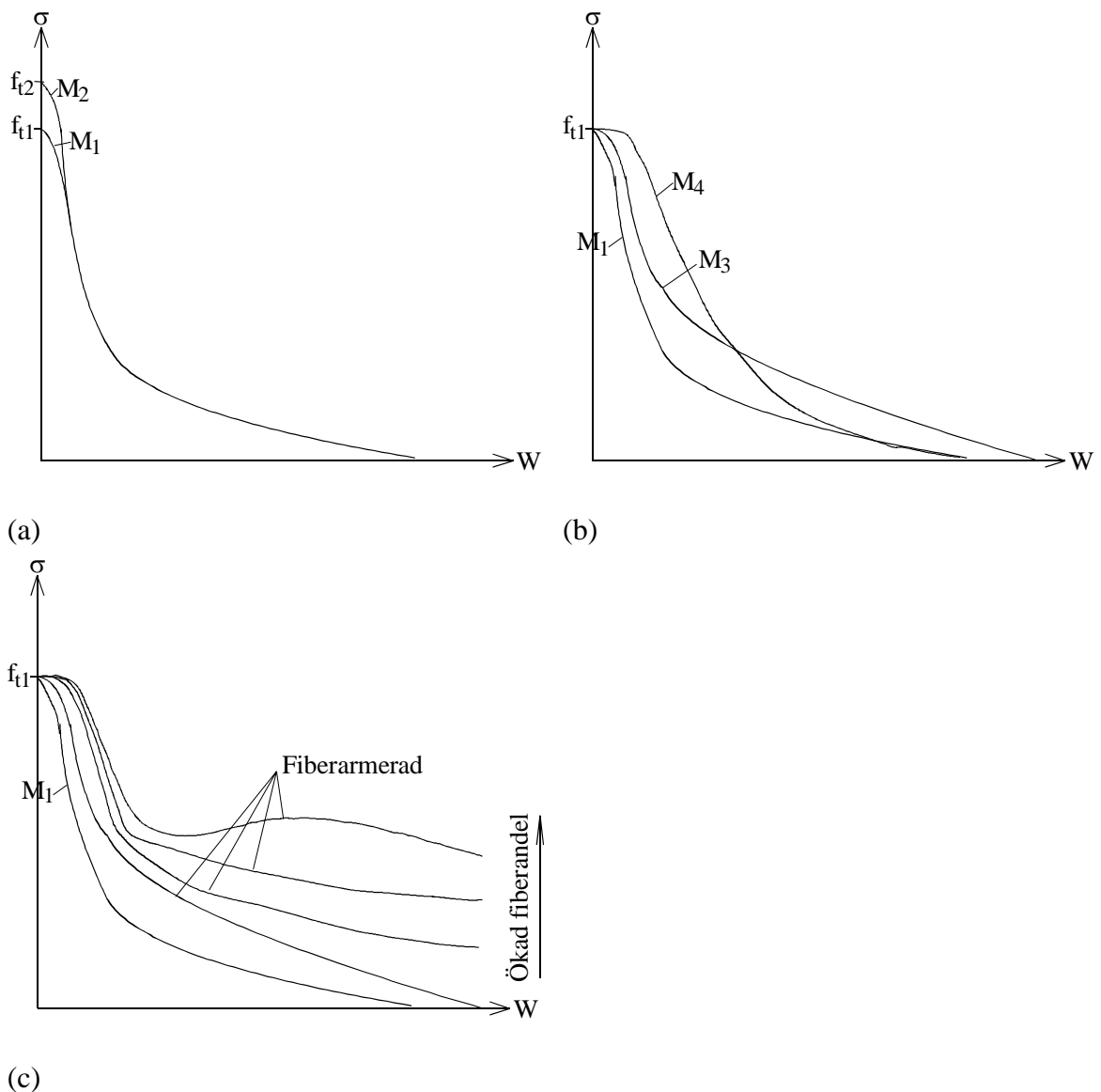
Plastiska deformationer i hårdnad betong och liknande material är försumbara. De dynamiska effekterna behandlas inte här och de kan antas vara försumbara när det gäller långsamma brottförlopp. Följaktligen går energin åt mikrosprickbildning samt spricktillväxt och brott, d.v.s. sprickan växer genom att använda denna energi. Sprickan växer tills energin är förbrukad. När all energi är förbrukad slutar sprickan att växa. Här förutsätts, dock, att de yttre faktorerna såsom laster, krympning, m.m. förblir oförändrade.

Som framgick ovan kan materialens seghet eller sprödhet inte jämföras enbart genom att jämföra deras brottenergi. Kurvans form är inte heller praktiskt användbar parameter för denna jämförelse. Det finns en annan parameter för att jämföra olika material med avseende på seghet. Parametern kallas för karakteristisk längd,  $l_{ch}$  [m].  $l_{ch}$  jämför i princip den energi som går åt att skapa en ytenhet brottyta med den elastisk energi som är lagrad i en provkropp.

Materialegenskapen ”karakteristisk längd”,  $l_{ch}$  [m], är ett mått på ett sprött materials seghet. Ju större  $l_{ch}$  desto segare är materialet.

$$l_{ch} = \frac{EG_F}{f_t^2} \quad [m] \quad (2.18)$$

$E$ , N/m<sup>2</sup>, är materialets elasticitetsmodul,  $G_F$ , N/m, är brottenergi och  $f_t$ , N/m<sup>2</sup>, är materialets draghållfasthet vid enaxiell belastning.



**Figur 2.11** Exempel på olika spänning – deformationskurva för brottzon

Det bör noteras att  $l_{ch}$  är användbar för material som i sitt brottbeteende liknar betong, sten och liknande material. Parametern är inte användbar när det gäller metaller och sega plaster. Parametern är inte heller användbar när det gäller att jämföra olika fiberarmerade betonger med varandra.

Den fråga som bör ställas är att vilken inverkan har brottzonens egenskaper på spricktillväxt i en betongkonstruktion. När det gäller oarmerade grova konstruktioner har brottzonens egenskaper försumbara effekter på konstruktionens brottbeteende. I grova konstruktioner är den energi som frigörs vid en spricktillväxt tillräcklig stor för att kunna driva sprickan ytterligare en bit. Sprickan kan drivas av den frigjorda energin utan att ha behov av medhjälp från yttre laster eller tvång orsakade av krympning eller temperaturrörelser. Dessutom är brottzonens längd försumbar i jämförelse med den



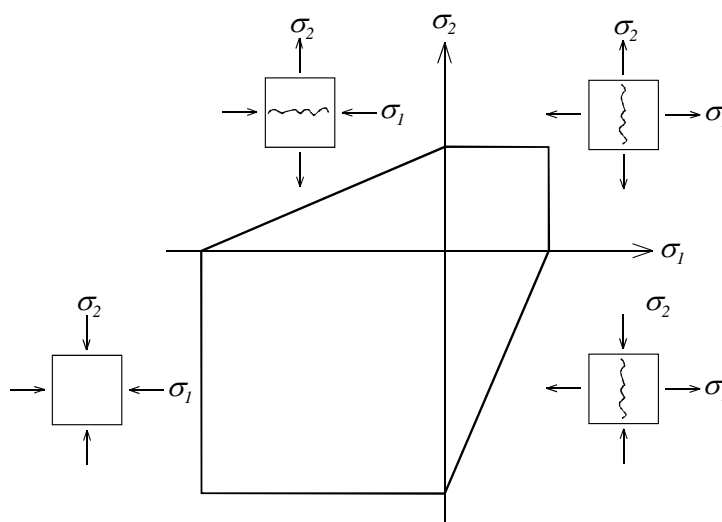
sträcka som sprickan kommer att vandra. Den utjämningsseffekt, vad det gäller spänningar, och den bärförmåga som brotzzonen bidrar med är försumbara vad det gäller grova konstruktioner.

Den styrande faktorn vad det gäller konstruktioners beteende vid brott är  $d/l_{ch}$ ,  $d$  [m] är konstruktionens karakteristiska storlek, t.ex. balkens höjd vid böjningsbelastning av en balk. När  $d/l_{ch}$  är liten, mindre än ca 0.1, blir konstruktionens brottbeteende segt. När  $d/l_{ch}$  är stor, större än ca 6, blir konstruktionens brottbeteende sprött. Inverkan av brotzzonen kan försummas helt då  $d/l_{ch}$  är stor, d.v.s. större än ca 10. I en stor och oarmerad betongkonstruktion växer sprickan av sig själv när sprickan har nått en kritisk längd, se tidigare avsnitt. Denna sträcka är proportionell mot  $l_{ch}$ . Proportionalitetsfaktorn beror på konstruktionens geometri och belastningsfall. När den kritiska spricklängden uppnås växer sprickan ohejdad utan att yttre faktorer såsom belastning eller krympning behöver förändras. Sprickan avstannar då den frigjorda energin vid spricktillväxt understiger den energi som kan förbrukas av materialet.

### 2.4.2 Kurvlinjär spricktillväxt i betong

Det finns olika modeller som beskriver kurvlinjär spricktillväxt för betong. En modell som är baserad på LEFM beskrevs ovan. Modellen kan användas i de fall då inverkan av brotzzonen kan försummas till exempel spricktillväxt hos grova betongkonstruktioner. Vad det gäller små och medelstora betongkonstruktioner måste brotzzonens inverkan beaktas. I [3] beskrivs en modell baserad på LEFM kriterierna som samtidig tar hänsyn till brotzzonens inverkan. Modellen beskrivs inte här.

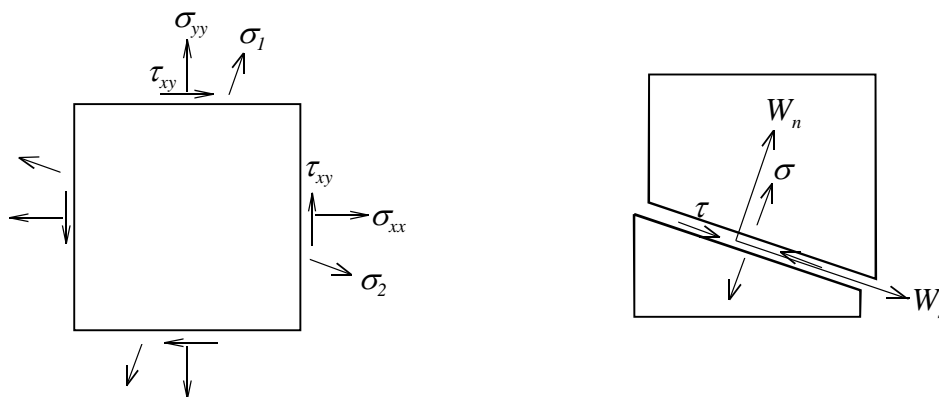
Det finns olika modeller som är baserad på hållfasthetskriterium. Här beskrivs en modell. Enligt denna modell initieras en brotzzon när huvuddragspänningen uppfyller brottkriteriet. Olika brottkriterium används. Ett lämpligt sådant är Trescas brottkriterium. I Figur 2.12 visas Trescas brottkriterium. Vad det gäller spricktillväxt under inverkan av dragspänningar är de fall som beskrivs av den första, andra och fjärde kvadranten intressanta. I den första kvadranten bildas brotzzonen vinkelrätt mot huvuddragspänningens riktning. I den andre och fjärde kvadranten bildas brotzzonen vinkelrätt mot dragspänningens riktning.



Figur 2.12 Brottkriterium enligt Tresca

Figur 2.13 visar elementet i Figur 2.1b. Anta att elementet är utsatt för spänningarna  $\sigma_{xx}$ ,  $\sigma_{yy}$  och  $\tau_{xy}$  såsom visas i Figur 2.13a. Anta att det rådande spänningstillståndet medför att på elementet verkande huvudspänningar,  $\sigma_1$  och  $\sigma_2$ , och deras riktning blir på det sätt som framgår av Figur 2.13a. Vidare anta att  $\sigma_1 > \sigma_2$ . Enligt denna modell bildas en brottzon när villkoret enligt Tresca är uppfyllt, i detta fall  $\sigma_1 = f_t$ . Brottzonens riktning är vinkelrätt mot  $\sigma_1$ . Det förekommer inga skjuvspänningar i brottzonens plan.

Efter detta skede antas elementet vara skadat. Ökad pålastning/deformation medför att elements delar på båda sidor om brottzonen förskjuts i förhållande till varandra. Enligt modellen sker all förskjutning inom brottzonen. Förskjutningarna kan vara vinkelräta mot brottzonens plan ( $W_n$ ), normaldeformationer, och parallella med brottzonens plan ( $W_s$ ), skjuvdeformationer / glidning, Figur 2.13b.



(a) Före initiering av brottzon

(a) Efter initiering av brottzon

Figur 2.13 Spänningstillstånd och initiering av brottzon

Vad som händer inom brottzonen beror både på  $W_n$  och  $W_s$ . De spänningar som förs tvärs över brottzonen bestäms av båda parametrarna. Om  $W_s$  förblir konstant och lika med noll överförs enbart dragspänningar genom brottzonen. Härav följer att spänningen inom brottzonen är en funktion av enbart  $W_n$  såsom visas i Figur 2.10b.

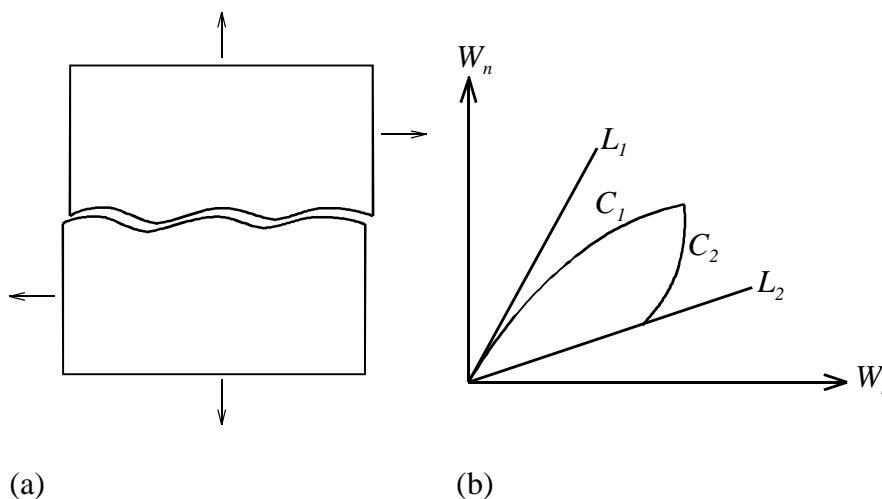
Om huvudspänningsriktningarna förblir oförändrade medan sprickan propagerar sker inga skjuvdeformationer eller glidningar inom brottzonen. Om däremot ändras huvudspänningarnas riktning uppstår skjuvdeformationer inom brottzonen. Det inkrementella sambandet mellan spänningar och deformationer inom brottzonen är enligt nedan:

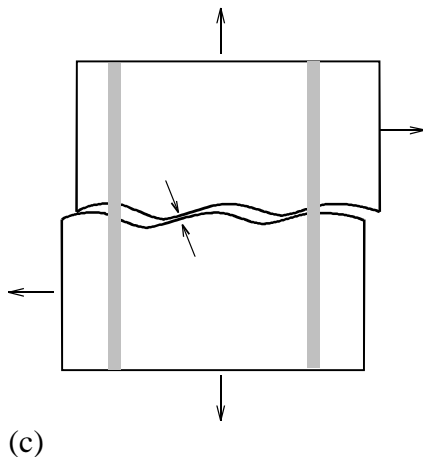
$$\begin{bmatrix} d\sigma \\ d\tau \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} \\ C_{21} & C_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} dW_n \\ dW_s \end{bmatrix} \tag{2.19}$$

$\sigma$  respektive  $\tau$  är normal- respektive skjuvspänningar inom brottzonen. Det bör noteras att skjuvspänningar uppkommer först efter brottzonens bildande förutsatt att  $W_s \neq 0$ . Den kvadratiske matrisen är brottzonens styvhetsmatris och  $C_{11}, \dots, C_{22}$  är styvhetskoefficienterna som är funktioner av på både  $W_n$  och  $W_s$ . Styvhetskoefficienterna är även funktioner av deformationens väg på  $W_n - W_s$  planet, Hassanzadeh 1992. Matrisen är inte symmetrisk, d.v.s.  $C_{12} \neq C_{21}$ .

Det är svårt att ta fram materialdata för bestämning av ekvation (19). Det krävs omfattande provningar för varje typ av betong. Styvhetskoefficienterna påverkas starkt av  $vct$ , ballasttyp, kornform och kornstorlek. Dessutom har relationen mellan  $W_n$  och  $W_s$ , d.v.s. deformationens väg, mycket stor inverkan på koefficienterna [7].

Det ovasagda belyses med följande exempel. I Figur 14a visas två delar av en provkropp som är på ömse sidor av en spricka. Anta att sprickans yta är grov och sprickans vidd anges av  $W_n$  och glidning anges av  $W_s$ . I Figur 14b visas  $W_n - W_s$  planet och olika deformationssamband.  $L_1$  och  $L_2$  visar linjära samband mellan  $W_n$  och  $W_s$ .  $C_1$  och  $C_2$  visar de icke linjära sambanden.  $C_1$  och  $C_2$  slutar i samma punkt. I det samband som beskrivs av  $L_1$  ökar den vertikala förskjutningen snabbare än den horisontella, vilken kan medföra att ojämnheter på ömse sidor av sprickan inte möter varandra. Detta kan resultera i att skjuvspänningarna blir låga. I det samband som beskrivs av  $L_2$  ökar den horisontella förskjutningen snabbare än den vertikala, vilken kan medföra att ojämnheter på ömse sidor om sprickan möter varandra. Detta kan resultera i att höga skjuvspänningar uppstår, samt att dragspänningarna över sprickan avtar snabbt på grund av att ojämnheter glider på varandra. Denna effekt kan orsaka relativt stora tryckspänningar över sprickan trots att  $W_n$  ökar. Denna effekt kallas för "Aggregate Interlocking".





Figur 2.14 Normal och skjuvdeformationer i en brottzon

Skjuv- och tryckspänningar som uppkommer kan medföra att huvudspänningsriktningen ändras och att nya sprickor initieras någon annanstans med en annan tillväxtriiktning, [8] och [7]. Av denna anledning blir styvhetsmatrixens egenskaper beroende av relationen mellan  $W_n$  och  $W_s$ . Deformationssambandet  $C_1$  och  $C_2$  slutar vid samma  $W_n$  och  $W_s$ . Spänningarna och styvhetserna kan vara helt olika i de fallen. Även sprickans placering och riktning kan vara olika.

Ovanstående exempel visar att det kan vara svårt att bestämma styvhetsmatrixens komponenter. Olika forskare har löst svårigheterna på olika sätt. Det finns ingen riktig studie som visar effekterna av de olika lösningarna. Nedan visas grunderna för tre olika modeller:

- a)  $C_{11} \neq 0$  och  $C_{12} = C_{21} = C_{22} = 0$
- b)  $C_{11} \neq 0$ ,  $C_{22} \neq 0$  och  $C_{12} = C_{21} = 0$
- c)  $C_{11} \neq 0$ ,  $C_{22} \neq 0$ ,  $C_{21} \neq 0$  och  $C_{12} = 0$

I fall a tar man hänsyn till brottzonens egenskaper enbart i normal riktning. Man antar att brottzonen inte har någon styvhet i sitt eget plan och inte kan överföra skjuvspänningar. Detta antagande påverkar inte beräkningsresultatet om  $W_n$  ökar snabbare än  $W_s$  speciellt vid inledningen av spricktillväxt. Detta är möjligt för oarmerade betongkonstruktioner och konstruktioner som inte har så mycket armering som kan förhindra deformationer i normalriktning. I Figur 2.14c visas en spricka som överbryggas med armering. Om armeringen förhindrar  $W_n$  att öka uppstår "aggregate interlocking", med ett annat spänningstillstånd än vad modellen är förberedd för. Vad det gäller grova konstruktioner med låg armeringsandel kan man anta att "aggregate interlocking" inte uppstår i alla fall vid initieringsstadiet. Det bör noteras att i vissa fall egenvikten kan ha samma inverkan som armeringen. Vidare bör noteras att brottzonens inverkan på brottbeteendet avtar med ökad konstruktionsstorlek.

I fall b påverkas inte normalspänning av skjuvdeformationen och skjuvspänning av normaldeformationen. I detta fall beaktas "aggregate interlocking" till viss del, men normalspänningarna påverkas inte av denna effekt.

I fall c påverkas inte normalspänningen av skjuvdeformationen, men skjuvspänningen påverkas av normaldeformationen. I detta fall leder ökad normaldeformation till minskad skjuvstyvhets. Viss "aggregate interlocking" beaktas men dess inverkan avtar med ökad normaldeformation. Normalspänningen påverkas inte av skjuvdeformationen vilken medför att ökad skjuvning inte leder till minskad dragspänning. Vid FEM-implementeringen antar man att  $C_{21} = 0$  och inverkan av  $W_n$  inbakas i  $C_{22}$  istället. Till exempel utnyttjas denna möjlighet i "Smearred crack approach", se nedan. Skjuvmodulen multipliceras med en faktor som kallas för "Shear retention factor". Faktorn är en funktion av  $W_n$  och varierar mellan 1 och 0.

## 2.5 Spricktillväxtberäkningar

Spricktillväxtberäkningar kan göras med olika metoder. Med anledning av den utveckling som har skett beträffande hård- och mjukvaror är samtliga modeller lätta att använda förutsatt att belastningsfallet, geometrin samt övriga villkor inte är komplicerade. I de komplicerade fallen stöter samtliga modeller på problem av olika slag.

De avancerade modellerna är ofta baserade på generella materialbeteende som inkluderar många olika variabler. Det krävs ofta sofistikerade provningsmetoder och provningsutrustningar för att kunna bestämma samtliga parametrar. Av denna anledning förlorar modellerna ofta sin noggrannhet vad det gäller att kunna beskriva och förutsäga en konstruktions beteende vid komplicerade fall där materialparametrarna verkligen behövs.

Numera finns olika kommersiella datorprogram som erbjuder möjlighet att utföra analyser av den typ som beskrevs ovan. Samtliga program är baserade på Finita Element Metoden, FEM. Modellerna är kända i vida kretsar och används i många olika sammanhang. Referenser till avancerade teorier, modeller, materialdata, tillämpningar m.m. kan bl. a. hittas i "Proceedings of the IA-FraMCos, INTERNATIONAL ASSOCIATION OF FRACTURE MECHANICS OF CONCRETE AND CONCRETE STRUCTURES" conference". Hittills har fem sådana konferenser hållits. Nedan beskrivs hur en sådan beräkning principiellt går till.

### 2.5.1 FEM implementering av spricktillväxt

Spricktillväxt i betong föregås av mikrosprickbildning som lokaliseras i ett område som kallas för brottzon. Brottzonens utsträckning i huvuddragspänningens riktning är mycket begränsad. I princip modelleras brottzonen på två olika sätt. I det ena sättet betraktas brottzonen/sprickan som en diskret spricka, Discrete crack, och i det andra betraktas brottzonen/sprickan som ett sprickband, Crack band.

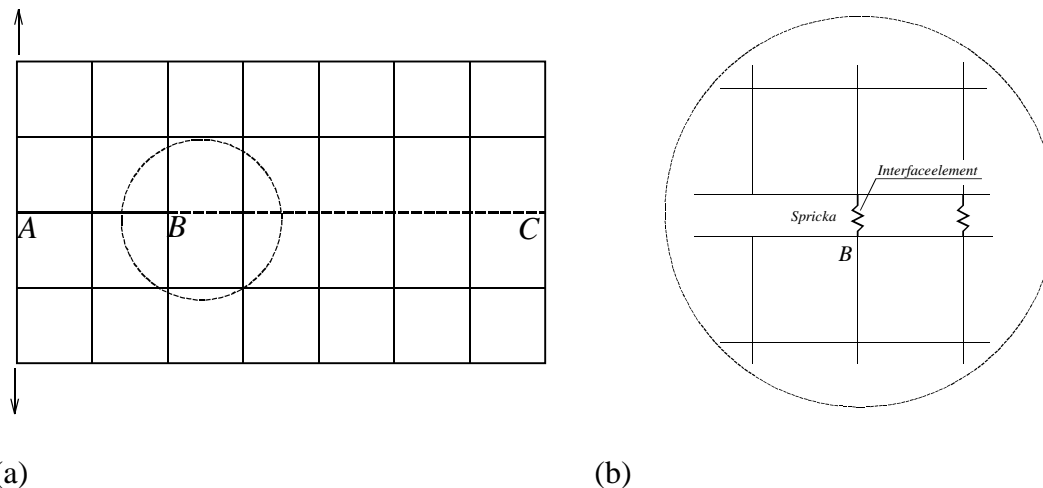
I den diskreta modellen antas att brottzonens tjocklek i huvuddragspänningens riktning är lika med  $W$ , se Figur 2.10. Brottzonens tjocklek är lika med noll när den initieras

sedan växer och är lika med  $W$ . Av denna anledning måste sprickan följa elementgränserna.

I sprickbandmodellen antar man att brottzonen har en viss bredd. Man har inte kunnat bevisa att brottzonen har en viss bestämd bredd som man kan förutsäga eller ange den som en konstant materialegenskap. Av praktiska skäl antar man viss bredd. Vissa antar  $3 \times$  maximum ballaststorlek som sprickband eller helt enkelt ett elementbredd som sprickband. Detta gör man av praktiska skäl och har ingen fysikalisk bakgrund. Nedan beskrivs båda principerna tillämpade vid Modus I spricktillväxt.

### 2.5.2 Diskret sprickmodell

Betrakta belastningsfallet i Figur 2.15. Anta att provkroppen har en initial spricka/skåra mellan punkterna A och B. Belastningen kommer att driva sprickan från punkt A mot B. Figuren visar också elementindelningen. På grund av att den diskreta sprickmodellen används måste sprickan ledas mellan elementen. Antingen måste ett element "splittras" eller två element säras vid noderna. Den första metoden är opraktisk och kräver att elementindelningen görs om vid spricktillväxt. Den andra metoden är betydligt enklare, speciellt i detta fall. Genom att sätta elementnoderna på den sträcka som utgör sprickans väg förbereder man strukturen. Varje knutpunkt på sträckan utgörs av två noder tillhörande elementen på vardera sidan om sprickans väg. Noderna är kopplade med "Interface Element". Brottzonen modelleras med hjälp av interfaceelementen. De övriga elementen modelleras normalt som linjärelastiska material som inte spricker under belastningen.

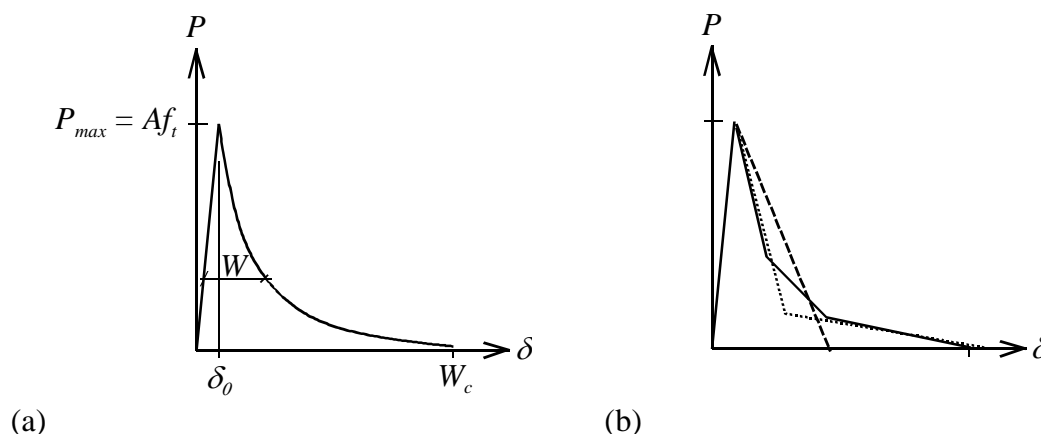


Figur 2.15 Elementindelning och placering av interfaceelement i sprickans väg

Interfaceelementen kan utnyttjas för att modellera spricktillväxt baserad på LEFM eller baserad på materialets mjuknande egenskaper som är känd under namnet "Fictitious Crack Model", "Fiktiv Sprickmodell" [5]. Hur beräkningarna utförs beskrivs inte här, men indata till den fiktiva sprickmodellen beskrivs nedan.

Som framgick ovan modelleras brottzonen med interfaceelement. I Figur 2.16a visas exempel på interfaceelementets last – deformationssamband. Som framgår av figuren är

den uppgående delen mycket brant, d.v.s. elementet är mycket styvt. När lasten uppnår  $P_{max} = Af_t$  mjuknar elementet. Härefter medför ökad deformation minskad styvhet i elementet vilken resulterar i att den last som överförs via elementet minskar med ökad deformation.  $A$  är den yta som interfacelementet representerar. Ytan under kurvan är  $AG_F$  förutsatt att  $\delta_0 \ll W_c$ .  $f_t$  är materialets draghållfasthet,  $G_F$  är materialets brottenergi och  $W$  är deformationen inom brottzonen, se Figur 2.10.

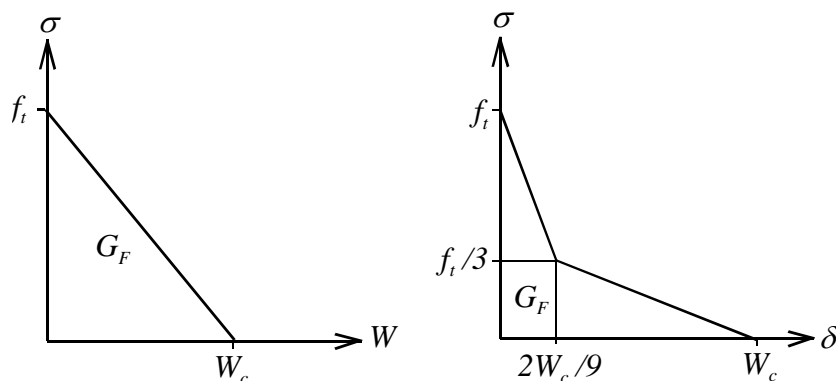


**Figur 2.16 Exempel på interfacelementets last – deformationssamband**

Som framgår av Figur 2.16a är interfacelementets styvhet en funktion av dess deformation. Detta är ett icke linjärt problem och löses på olika sätt. Lösningarna beskrivs inte här.

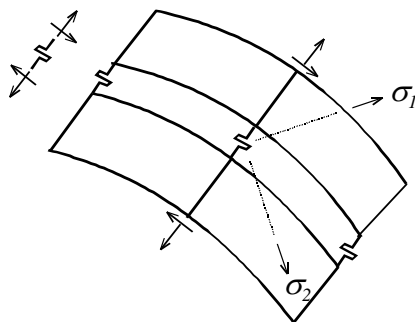
Ofta approximeras den nedåtgående delen av kurvan i Figur 2.16a. Det finns linjära, bilinjära eller multilinjära approximationer, se Figur 2.16b. I litteraturen och handböcker kan man hitta uppgifter om  $f_t$  och  $G_F$  för olika betongtyper. Däremot är det svårt att hitta  $\sigma$ - $W$  kurvor för olika betongtyper. Man antar att formen hos  $\sigma$ - $W$  är oberoende av betongtypen [5]. Så med känd  $f_t$ ,  $G_F$  och formen hos  $\sigma$ - $W$  kan man konstruera betongens  $\sigma$ - $W$ . I Figur 17 visas den linjära och bilinjära  $\sigma$ - $W$  kurvorna enligt [5]. Många olika approximationer av  $\sigma$ - $W$  förekommer.

Den diskreta sprickmodellen stöter på problem vid kurvlinjär spricktillväxt eller i de fall där sprickans väg inte är känd i förhand. Om man inte kan förutse sprickans väg måste man antingen anta en väg eller förändra elementindelningen under beräkningens gång, d.v.s. utföra så kallad Re-meshing.



**Figur 2.17** Linjär och bilinjär approximationer av  $\sigma$ - $W$

Om man antar en sprickväg riskerar man att välja sprickriktningar som inte stämmer överens med modellens antaganden, d.v.s. att brottzonen inte bildas vinkelrätt mot huvuddragspänningens,  $\sigma_1$ , riktning. I Figur 2.18 visas  $\sigma_1$  och  $\sigma_2$  och den antagna sprickvägen. Som framgår av figuren är interfacelementet utsatt för både dragning och skjuvning, vilket inte skulle vara fallet om den antagna vägen hade samma riktning som  $\sigma_2$ . I detta fall kan villkoret enligt Tresca inte användas direkt utan viss omräkning måste göras eller utnyttja Mohr-Columb brotteorin. Problemet återstår efter brottzonens bildande nämligen att brottzonen utsätts för skjuvning.

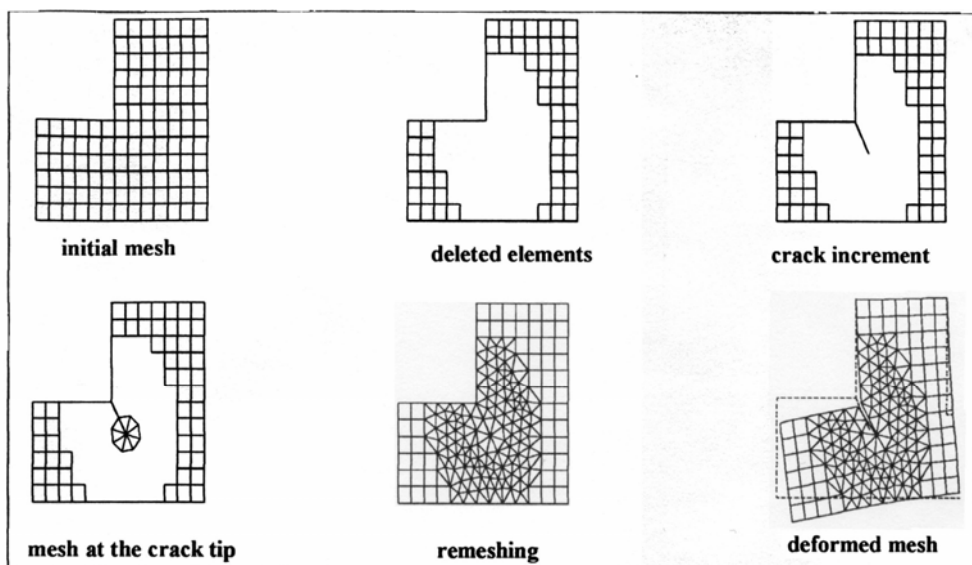


**Figur 2.18** Sprickriktning som inte är vinkelrätt mot huvudspänningsriktning

Man kan anpassa elementindelningen till spricktillväxten. Detta är ett omständligt arbete speciellt vid icke linjära beräkningar med stegvis ökande belastning/deformation där varje steg är beroende av tidigare stegens resultat. Den här typen av beräkningar kräver fin elementfördelning och stor datalagring, m.m.. Därför måste en anpassning av elementindelningen göras automatisk. Icke linjära beräkningar kräver i normala fall mycket datorkapacitet och tid. Beräkningarna kommer att ta ännu mer datakraft i anspråk och ta längre tid om elementindelningen förändras under spricktillväxten. Vidare vissa problem uppvisar känslighet mot elementindelning, Mesh Sensitivity, d.v.s. att resultatet påverkas av elementets typ, storlek och orientering.

Med hänsyn till ovanbeskrivna anledningar väljer man att förändra elementindelningen bara i sprickans närhet. I Figur 19 visas ett exempel på Re-meshing [9].



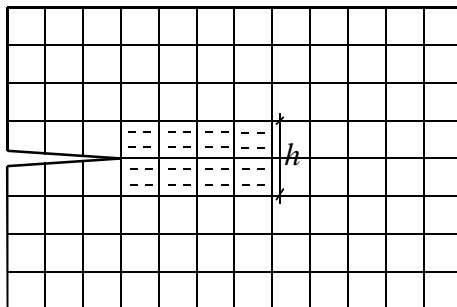


Figur 2.19 Exempel på Re-meshing, König et. al

De interfacelement som läggs i mellan två till sprickan angränsande element bör orienteras i samma riktning som huvudspänningarna. Detta förfarande förenklar problemet och ökar noggrannheten. Som framgick ovan är kunskaperna och materialdata om brottzonens beteende vid samtidigt verkande dragning och skjuvning bristfälliga. Vidare, finns det indikationer på att skjuvdeformationer i en brottzon kan bli små eller obefintliga om en brottzon initieras under Modus I förhållanden även om spricktillväxten blir kurvlinjär. Om detta är fallet kan interfacelementen modelleras i princip på samma sätt som beskrevs ovan i båda riktningar.

### 2.5.3 Sprickband modell

Enligt sprickbandmodellen kan brottzonen inkludera ett eller flera element. Denna situation visas schematiskt i Figur 2.20. Som framgår av figuren bildas en brottzon som har en viss tjocklek, i detta fall två elements tjocklekar. Skillnaden mellan detta fall och det diskreta fallet är uppenbart. I det diskreta fallet konsumeras brottenergin i ett område som inte har något tjocklek. Men i detta fall konsumeras energi inom ett område som har viss tjocklek. I vissa belastningsfall och elementindelningar kan brottzonens tjocklek variera kraftigt. Detta medför att beräkningsresultatet påverkas starkt av elementindelningen. För att undvika detta måste indata ges på ett speciellt sätt, t.ex. man antar att brottenergin  $G_F$  konsumeras inom ett visst område med tjockleken  $h$ .  $h$  väljs olika vid olika modeller och datorprogram, m.m.. Detta är naturligtvis en av nackdelarna hos den här typen av modell. I vissa modeller antar man ett fixt värde för  $h$  till exempel antar man att brottzonens tjocklek är 3 gånger stenmax, d.v.s. storleken hos det största ballastkornet.

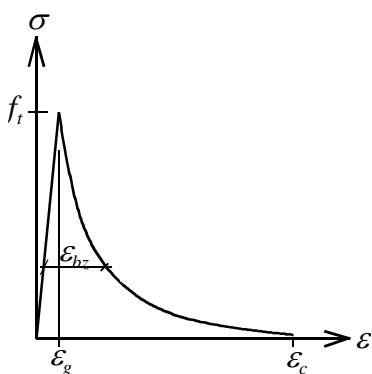


Figur 2.20 Exempel på elementindelning enligt sprickbandmodell

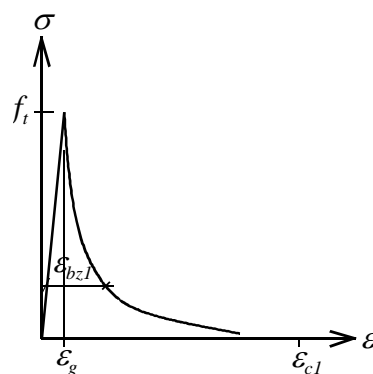
I Figur 2.21a visas den enaxiella dragspänning – töjningskurvan för de element som hamnar inom ett sprickband. Den uppåtgående delen antas vara linjärelastisk med lutningen  $E$ , d.v.s. materialets elasticitetsmodul. Den nedåtgående delen ser i princip ut som kurvorna i Figur 2.16. Skillnaden är att i sprickbandmodellen används töjningar i stället för deformationer. Därför bör spänning – deformationskurvan göras om till spänning – töjningskurvan.

Som framgick tidigare har brottzonen en begränsad utsträckning i huvuddragspänningens riktning och är oberoende av provkroppens/elementets storlek. Därför blir spänning – töjningskurvas form beroende av  $h$ . I Figur 2.21b visas kurvan i Figur 2.21a för bandtjockleken  $h_1$  som är större än  $h$ . Som framgår av figuren är töjningarna fram till  $\epsilon_g$  är lika stora för båda fallen, men därefter blir töjningarna lägre hos det bredare bandet.

Det finns andra varianter på ovanstående modell. ”Smeared Crack Approach” är en mer generell benämning för den här typen av modell [10] och [11]. I den här typen av modell smetas brottzonens deformationer inom ett område. Det finns ingen generell regel för detta. Många använder elementbredden i huvudspänningsriktning.



$$\epsilon_c = \frac{W_c}{h} \quad , \quad \epsilon_{bz} = \frac{W}{h}$$



$$\epsilon_{c1} = \frac{W_c}{h_1} \quad , \quad \epsilon_{bz1} = \frac{W}{h_1}$$

(a)

(b)

**Figur 2.21 Spännings – töjningskurvor för element inom ett sprickband**

Anta att ett kvadratisk element är orienterade i samma riktning som huvudspänningarna på det sätt som framgår av Figur 2.22a. I figuren visas även brottzonens riktning. Materialet modelleras med en linjär  $\sigma - \varepsilon$  kurva och en linjär  $\sigma - W$  kurva enligt Figur 2.22b. I Figur 2.22c visas elementets  $\sigma - \varepsilon$  kurvor för två olika  $h$ , nämligen kurva 1 bestämd med  $h = h_1$  och kurva 2 bestämd med  $h = h_2$ ,  $h_2 > h_1$ . Som framgår av figuren blir den nedåtgående delen brantare om  $h$  ökar. Den nedåtgående kurvan får inte bli hur brant som helst, d.v.s. elementet får inte göras hur stort som helst. Den elastisk energi som för varje ökning av töjning frigörs inom elementet måste vara lägre än den som förbrukas. För att villkoret skall vara uppfyllt, för den typ av kurva som visas i Figur 2.2c, måste följande villkor vara uppfyllt:

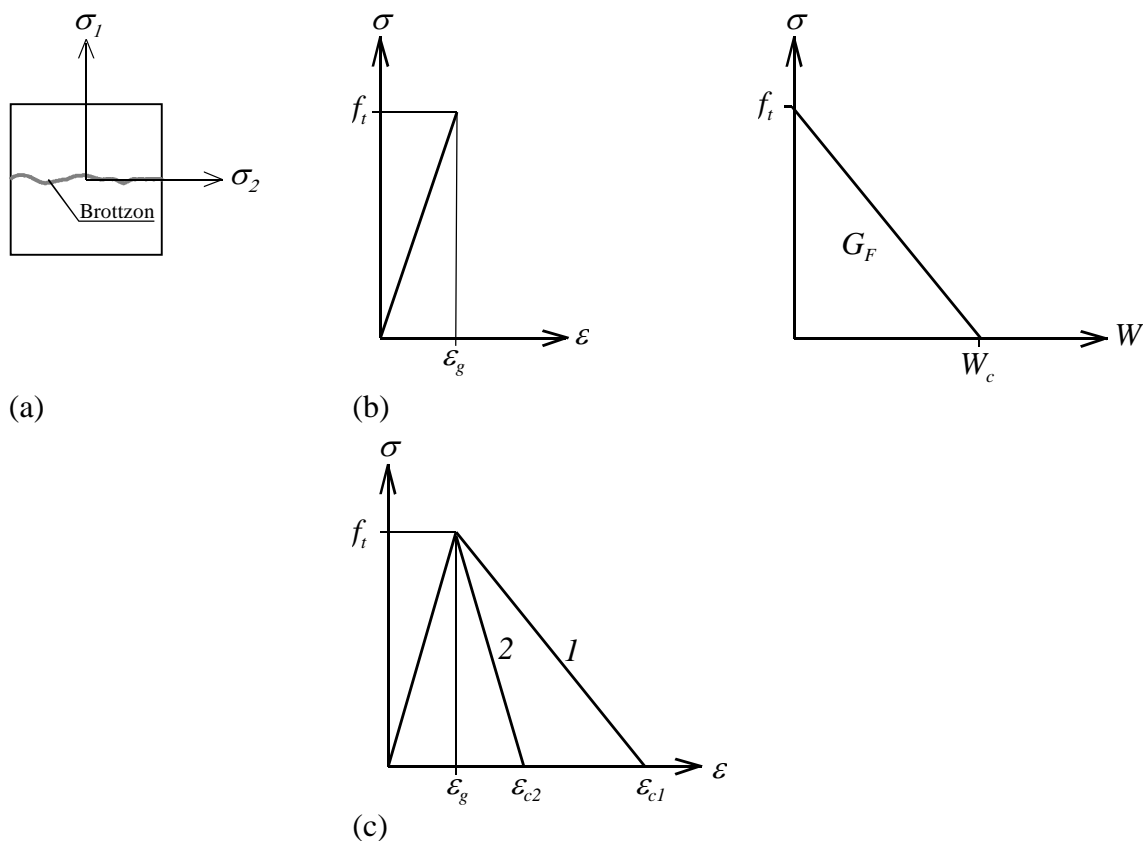
$$h \leq \frac{2EG_F}{f_t^2} = 2l_{ch} \quad (2.20)$$

$l_{ch}$  är materialets karakteristiska längd och är ca 300 mm för normalbetong vilken ger den övre gränsen för elementets storlek. I praktiken skall betydligt mindre element väljas eftersom den verkliga kurvan är betydligt brantare än lutningen hos den linjära approximationen. Dessutom frigörs elastisk energi från andra närliggande element.

Fördelen med modeller baserade på sprickband och Smeared Crack Approach är att sprickans väg inte behöver vara känd i förväg. En viktig nackdel är den bristande kunskapen om ett uppsprucket materials egenskaper. Ett exempel är skjuvmodulen hos ett sprucket material. När ett element spricker sjunker dess styvhet och bärförmåga i huvuddragsspänningens riktning, vilket medför att elementet blir ortotropt. Vilka egenskaper skall det ortotropa elementet ha? Det finns inga övertygande svar på frågan. Men man har tagit fram olika ”lösningar” för att kringgå problemet. Till exempel antar man att elementets skjuvmodul minskar när en brottzon bildas. Detta åstadkoms genom att multiplicera skjuvmodulen med faktorn  $\beta$ , Shear retention factor,  $1 \geq \beta \geq 0$ . I vissa modeller är  $\beta$  konstant och i vissa varierar och är en funktion av  $W_n$ , se tidigare avsnitt.

En annan viktig nackdel hos modellen är energikonsumtionen vid spricktillväxt. Kombinationen dålig elementindelning, komplicerade belastningsfall och randvillkor kan leda till att många element omfattas av brottzonen och deltar i brottprocessen. Detta kan leda till felaktiga resultat vad det gäller strukturens brottseghet och sprickans tillväxtriktning. Resultatet påverkas även av elementindelning och elementstorlek. Dessutom påverkas även konvergensen.

Vad det gäller kurvlinjär spricktillväxt används samma typ av kriterier som beskrevs ovan. En brottzon bildas vinkelrätt mot huvuddragsspänningen när denna uppnår materialets draghållfasthet. Därefter kan även skjuvspänningar förekomma.



Figur 2.22 Brottzon samt dess spännings – deformations- och spännings – töjningskurvor

### 2.5.4 Vilken modell bör användas?

Båda modellkategorierna har fördelar och nackdelar. Det är svårt att rekommendera en speciell typ av modell. Valet av modell beror också på den typ av analys som utförs. Det säkraste sättet är att bestämma områden med spänningskoncentrationer, bestämma huvudspänningsriktningarna och eventuella sprickriktningar. Göra en elementindelning som passar till problemet och göra en inledande linjär beräkning, justera elementindelningen med hänsyn till den linjära beräkningen. I många applikationer förändras huvudspänningarnas riktning inte så mycket.

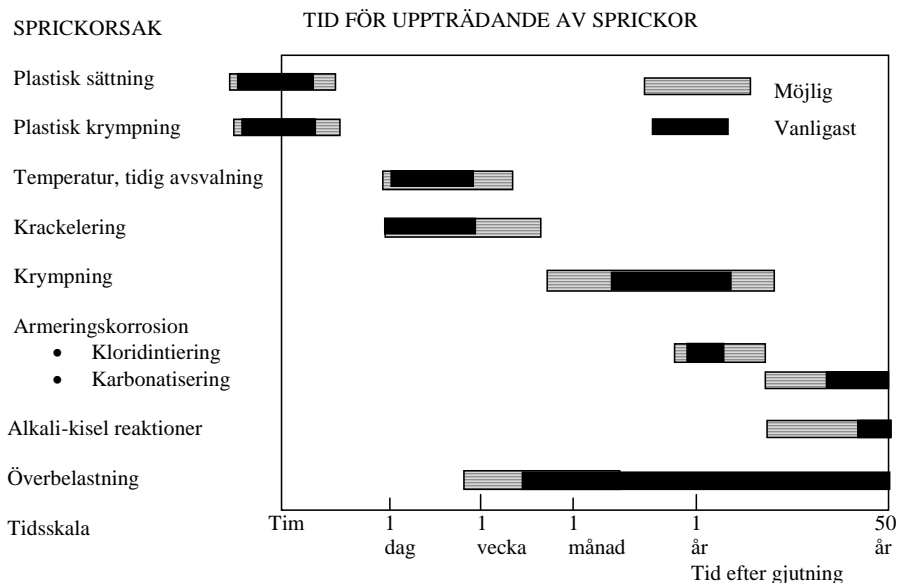
### 3 Spricktyper i betongkonstruktioner

#### 3.1 Allmänt

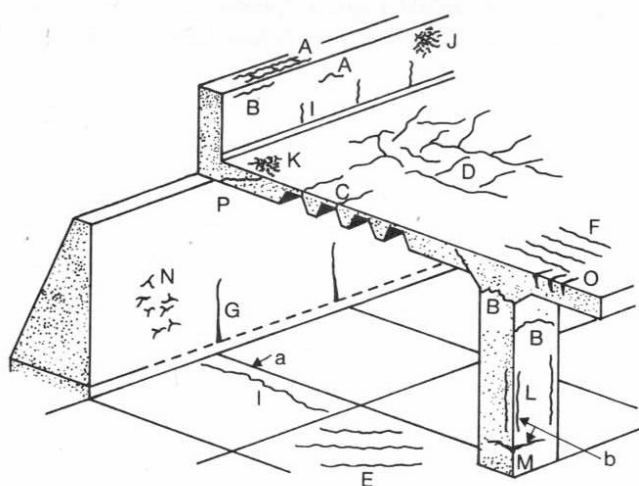
En indelning av olika spricktyper avseende när sprickorna uppträder och orsak till sprickorna visas i Tabell 3.1. Observera att sprickbildning i verkligheten kan omfatta en kombination av olika spricktyper.

Tabell 3.1 Vanliga spricktyper – en översikt (Petersons 1994)

Skede	Orsaker	Typ	Exempel i Figur 3.2 och i Figur 4.1
Mycket tidig ålder. Före betongens hårdnande.	Brister i arbetsutförande	Plastiska sättsprickor	A, B, C
		Plastiska krympsprickor	D, E, F
		Rörelsesprickor <ul style="list-style-type: none"> <li>• Rörelse i form</li> <li>• Sättningar i grund</li> </ul>	
		Värmehärdningssprickor	
Tidig ålder. Efter betongens hårdnande.	Temperatur: avsvälning efter betongs hårdnande.	Ytsprickor	H
	Fysikalisk-kemisk inverkan	Genomgående sprickor	G
		Mikrosprickor Krackelering	J, K
Efter konstruktionens färdigställande	Krympning	Krympsprickor, genomgående <ul style="list-style-type: none"> <li>• Yttre mothåll</li> <li>• Differenskrympning</li> </ul>	I Q
	Temperatursänkning i omgivningen	Genomgående sprickor	R
	Konstruktiv utformning Lastkoncentrationer	Sprickor i förankringszon vid spännkablar.	
Efter belastning	Dimensionerande belastning	Mikrosprickor	
		Böjsprickor	O
		Skjuvsprickor	P
		Vridsprickor	
	Långtidslast	Böjdragsprickor Sekundär sprickbildning	
	Överbelastning	Lastsprickor	S
Under brukstid	Miljöinverkan	Sprickor av korrosion hos armering	L, M
		Sprickor av volymökning (sulfatangrepp, alkali-kisel angrepp (N), frysning (T))	N, T
	Brand	Inre sprickbildning, ytsprickor, rörelsesprickor.	



Figur 3.1 Tidpunkt för uppträdande av några olika sprickor (Petersons 1994).



Figur 3.2 Exempel på sprickor som kan uppträda i en konstruktion (Petersons 1994 fig. 19.2:2).

### 3.2 I mycket tidig ålder – före betongs hårdnande

Med mycket tidig ålder menas här tiden före en betongs hårdnande. Tidpunkten för hårdnandet kan skilja sig lite beroende hur snabb cementet reagerar, om det finns tillsattsmedel i betongen som retarderar hårdnandet, hur kallt det är, etc., men brukar röra sig om ca 1- 8 timmar (Petersons 1994).

### **3.2.1 Plastiska sättsprickor**

Betong sjunker ihop lite på grund av att vatten och luft lämnar betongen. Understöds vissa delar av betongen, t.ex. av armering eller av tidigare gjutna väggar, eller om betongen är olika djup, som vid sektionsförändringar, sjunker olika delar av betongen olika mycket och sprickor kan uppstå mellan delarna.

### **3.2.2 Plastiska krympsprickor**

Plastiska krympsprickor är vanliga i de fall där inte betongen skyddas mot uttorkning direkt efter gjutningen. Stor uttorkning kan fås på sommarhalvåret och där betongytan är utsatt för direkt solljus. Ytan måste skyddas mot direkt solljus, mot att vindar torkar ut ytan och den bör ha tillgång till vatten för sin hydratation. Det finns olika metoder för att hålla kvar eller tillföra vatten i ytan, se t.ex. Betonghandboken Arbetsutförande och BBK.

### **3.2.3 Sprickor orsakade av rörelse i form eller grund**

Om inte formen eller undergrunden inte är tillräcklig stabila kan det bli sättningar under gjutskedet varvid sprickor kan uppstå i betongen.

## **3.3 Tidig ålder – efter betongs hårdnande**

### **3.3.1 Avsvalningsorsakade sprickor**

En av de absolut vanligaste och i många fall allvarligaste spricktyperna i grova betongkonstruktioner såsom t.ex. dammar, i alla fall för beständigheten, är avsvalningssprickorna som uppstår när betongen först hettas upp och sväller under hydratationsprocessen och sedan kyls av och krymper. Hålls då betongens rörelse emot, antingen av omgivningen eller av andra delar i tvärsnittet, så kan draghållfastheten överskridas och en spricka uppstå. Man kan även uttrycka det som att den aktuella gränstojningen överskrids. Det finns olika sätt att undvika avsvalningssprickor, t.ex. med kylrör och kyld betong.

### **3.3.2 Fysikalisk – kemisk inverkan**

En av de vanligaste orsakerna till mikrosprickbildning i tidig ålder är att cementpastan volymförändrar sig på annat sätt än ballasten. Mikrosprickor bildas då i pastan och i fasgränsen mellan pastan och ballastkornen. Pastan kan volymförändra sig på grund av t.ex. kemisk krympning när vatten i pastan förbrukas vid hydratationen, temperaturrörelser, vattenseparation etc (Petersons 1994).

## **3.4 Efter konstruktionens färdigställande**

### **3.4.1 Krympning**

”Betongens krympning är främst en följd av cementpastans sammandragning, när vattnet lämnar porsystemet. I allmänhet är det förstagångskrympningen som avses, eftersom det är denna som medför olägenheter i betongkonstruktioner. Vid omväxlande nedfuktning och uttorkning sker svällning och krympning som är mindre än förstagångskrympningen.” (Byfors 1980)

Om krympning sker med förhindrad rörelse hos betongen kan sprickor uppstå om aktuell gränstörning överskrids. Krympsprickor kan uppstå till följd av (Petersons 1994) krympning vid omgivande konstruktionsdelars mothåll eller av differenskrympning inom tvärsnittet.

”Är krympningen förhindrad genom mothåll från omgivande konstruktionsdelar uppstår sprickor vinkelrätt mot rörelseriktningen. Dessa sprickor är nästan alltid genomgående. Sprickorna är snarlika de genomgående sprickor som orsakas av temperaturrörelser och många gånger är det den kombinerade effekten av temperatur- och krympningsrörelser som orsakar sprickbildningen. Sprickbredden varierar mycket och beror på antalet sprickor samt den totala rörelsen.” (Petersons 1994)

Krympsprickor orsakade av differenskrympning kan orsakas av ensidig uttorkning, olika krympningshastighet eller olika slutkrympning. Vid ensidig uttorkning vill ytan belägen i det torrare klimatet krympa snabbast, varvid konstruktionen vill böja sig. Om böjningen hålls emot uppstår dragspänningar i ytan och överskrids draghållfastheten uppstår sprickor. Om delar med olika tvärsnittsdimensioner och därmed olika krympningshastighet är förbundna med varandra uppstår tvångskrafter och sprickor kan uppstå. Om delar med olika slutkrympning, t.ex. orsakat av olika betongsammansättning eller belägna i olika fuktiga miljöer, är förbundna med varandra uppstår tvångskrafter och sprickor kan uppstå. (Petersons 1994).

### **3.4.2 Temperaturdifferenser**

”Om temperaturrörelser förhindras uppstår påkänningar och eventuellt sprickbildning. Inverkan av temperatur på sprickbildning är i princip densamma som vid krympning. Sprickorna är ofta genomgående och orienterade vinkelrätt mot rörelseriktningen. Då temperaturrörelsen är reversibel kommer sprickbredden att variera.” (Petersons 1994)

### **3.4.3 Yttre laster**

Om de yttre lasterna åstadkommer så höga spänningar eller töjningar att materialet brister uppstår sprickor. När det gäller betong så är det oftast huvuddragspänningar som medför att betongen brister. Även då det beräkningsmässigt är tryckkrafter eller skjuvning kan det i mikroskalan röra sig om dragspänningar som får materialet att spricka. Om belastningen är fleraxiellt tryckt så ökar bärförmågan medan om det förekommer drag så minskar såväl tryck- som draghållfastheten. (Möller & Petersons 1994)

”Om gällande normer och dimensioneringsanvisningar följs kan man förutsätta att de verkliga sprickbredderna i brukstillståndet blir relativt små, i regel  $< 0.3$  mm.”, ..., ”När omfattande lastsprickor förekommer i byggnadsverk är de vanligen orsakade av dimensionerings- eller utförandefel eller en kombination av båda.” (Petersons 1994)

Naturligtvis är det i verkligheten en kombination av yttre och inre laster som påverkar en konstruktion och skapar ett spänningsfält.



Betongens deformation under last kan delas upp i en *momentan* och en tidsberoende del, *krypning*.

De flesta material kommer att krypa, d.v.s. deformationen ökar gradvis, trots att påkänningen är konstant. Den tidsberoende deformationen (krypningen) kan indelas i tre olika stadier beroende på belastningsnivån (Fagerlund 1997):

1. *Primärkrypning*. Avstannande kryphastighet uppträder vid låga spänningar och når ibland ett asymptotiskt gränsvärde.
2. *Sekundärkrypning*. Primärkrypning övergår i en konstant kryphastighet om påkänningen ökar. Sekundärkrypning leder teoretiskt till krypbrott efter lång tid.
3. *Tertiärkrypning*. Ökar påkänningen ytterligare övergår krypningen i en accelererande kryphastighet, vilket kan leda till krypbrott relativt snabbt.

Vid krypning vid höga belastningsnivåer uppnår materialet en ”statisk utmattningsgräns”, d.v.s. långtidshållfastheten är lägre än korttidshållfastheten. Gränsen för när krypbrott i betong sker av långtidslast anses ligga runt 80% av korttidsbrottslasten (Fagerlund 1997).

”För material utan krypning finns ingen skillnad mellan långtids- och korttidshållfasthet. Till sådana material brukar vanligt konstruktionsstål räknas (gäller normala temperaturer)”. (Hillerborg 1996)

Det finns flera faktorer som inverkar på krypningens storlek hos betong, både inre (betongens egenskaper) och yttre faktorer. En ökad krypning fås vid:

1. en yngre betong vid pålastning
2. en ökad belastningstid
3. en ökad spänningsnivå
4. en högre, men konstant, relativ fuktighet (RH) (grundkrypning)
5. en högre temperatur
6. varierande relativ fuktighet (RH) eller temperatur

Det finns olika metoder för att beräkna den tidsberoende töjningen här benämnd primärkrypning, t.ex. enligt BBK 04 2.4.7, Kryptalsmetoden enligt Östlund (1983a) eller Wagners metod (se t.ex. Fagerlund 1979)

### **3.4.4 Miljöinverkan**

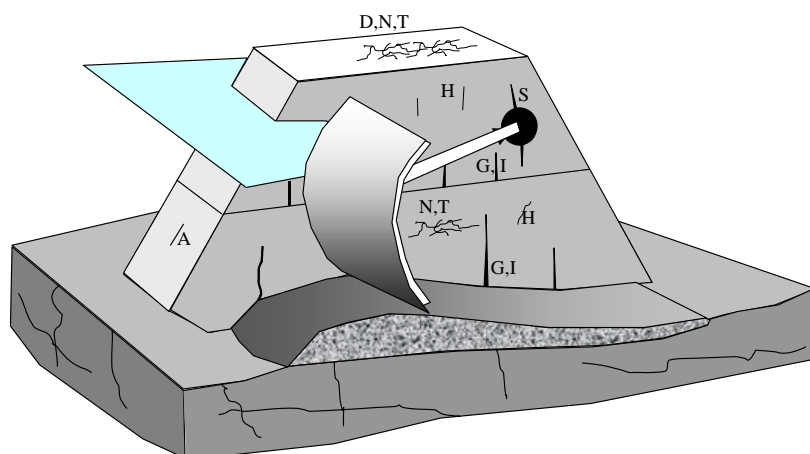
Sprickor kan orsakas av olika miljöangrepp, t.ex. sprängande volymökning orsakat av alkali-kiselreaktioner, sulfatangrepp, frysning och upptining samt korrosion hos armering.

## 4 Sprickor i betongdammar

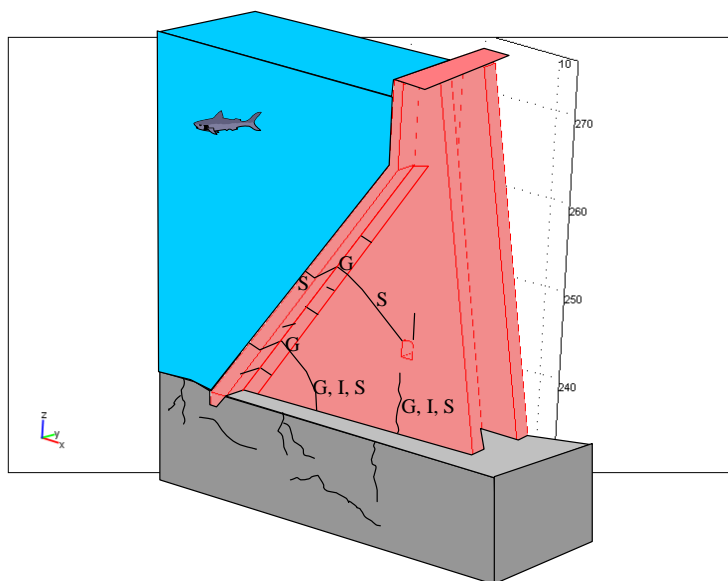
### 4.1 Allmänt

Det är svårt att uppnå sprickfria betongkonstruktioner i dammar. Deras grova dimensioner medför risk för sprickor under avsvälningsskedet. Det är inte alltid det gör så mycket att det finns sprickor, det beror på. I delar som det kan tränga in vatten i om delen spricker, t.ex. i frontplattor mot magasinet, och om delen dessutom är utsatt för kyla, är känsliga. Det är alltid viktigt att analysera orsaken till sprickan och observera om sprickan är stabil över tiden eller inte. Tyder sprickutseendet på att det rör sig om en belastningsspricka av yttre laster och om sprickorna utvidgar sig med tiden kan det vara allvarligt.

Betongdammar som tillverkas på lika sätt i övrigt kan spricka lite olika beroende på hur de är utformade. Huvudsakligen finns det tre huvudtyper: massivdamm, pelardamm och valvdamm. En vanlig typ av pelardamm är lamelldammen. Utskovspelare görs oftast som solida pelare men kan även vara ihåliga vid större dimensioner. Nedan ses några exempel på tänkbar sprickbildning i dammar.



Figur 4.1 Exempel på sprickor i en fiktiv utskovspelare. Sprickbeskrivning i avsnitt 3.1.



Figur 4.2 Exempel på sprickor i en fiktiv lamelldamm. Sprickbeskrivning i avsnitt 3.1.

## 4.2 Bärförmåga

Sprickbildning i statiskt obestämda bärverk, som dammar nästan alltid är, medför att snittkrafter omfördelas och att det sker en utjämning av spänningar inom bärverket. ”En spricka i oarmerad betong ska betraktas som ett brott” (Petersons 1994). Om konstruktionen är armerad medför utjämningen dock inget större problem förutsatt att plasticering kan ske och tillräcklig deformationskapacitet finns där spänningarna är störst. Klent armerade och grova konstruktioner är känsliga för sprickor. Hela brottenergin från den spruckna betongen ska relativt plötsligt tas upp av den armering som finns. Om konstruktionen får större, genomgående sprickor kan det medföra att konstruktionen inte längre uppför sig som en monolit. Om t.ex. en dammpelare som är stabil mot stjälpning eller glidning som en monolit spricker på sånt sätt kan det hända att pelaren blir uppdelad i mindre monoliter som var för sig inte längre är stabila.

## 4.3 Vattengenomsläpplighet

Vid sprickor i nederbördsutsatta betongytor kan fukt och vatten lättare sugas upp eller rinna ner i dessa än om betongen hade varit sprickfri. På sådana ställen kan betongen lättare angripas av olika slags miljönedbrytning, se nedan.

Vid genomgående sprickor i konstruktioner som är utsatta för ensidigt vattentryck, t.ex. frontplattor eller stödmurar kan vatten mycket lättare ta sig in i och genom konstruktionen. Därvid kan olika slags miljöangrepp ske.

## 4.4 Miljöangrepp i sprickor

Den viktigaste aspekten vad det gäller risk för miljöangrepp i sprickor är om de är torra, fuktiga eller blöta.

I blöta sprickor finns det en rad miljöangrepp som kan vara aktuella. Olika slags aggressiva ämnen som t.ex. sulfatjoner. Vattnet i sig själv kan vara aggressivt mot betongen runt sprickan om det är mjukt och om vattenflödet är relativt stort, betongen urlakas. Befinner sig nedströmssidan i uteluft finns det risk för frostsador. Speciellt kombinationen urlakning och frost samarbetar – urlakning höjer fukthalten i ytan vilket höjer frostrisken och frostsador förstör porsystemen vilket höjer urlakningsrisken. Däremot är det generellt ingen större risk för armeringskorrosion vid blöta sprickor då syre har svårt att nå in till armeringen. Även med vattnet följande kalk kan hålla pH-värdet uppe vid armeringen och skyddar därmed mot armeringskorrosion. Om det finns alkalikänslig ballast i betongen kan det vid blöt betong finnas risk för alkalisreaktioner, vilket förstör betongen på ett sätt som okulärt kan påminna om frostsador.

I fuktiga, men ej blöta, sprickor finns det också en risk för frostsador men den är mindre. Däremot ökar risken för armeringskorrosion förutsatt att syre och koldioxid kan tränga in nedströms ifrån samtidigt som lagom mycket vatten tränger fram uppströms ifrån så att en elektrolyt finns tillgänglig.

Vid torra sprickor i en betongdamm finns ingen direkt risk för miljöangrepp.

#### **4.5 Utseende**

Naturligtvis är det viktigt att inte en betongdamm förfular synintrycket i omgivande miljö eller ger intryck av att bärförmågan är bristfällig. Så även om aktuell bärförmåga eller bärförmåga på sikt är tillräcklig kan en renovering bli aktuell på grund av estetiska överväganden.

#### **4.6 Besiktning och provning**

Vid besiktning av betongdammar ska man alltid titta efter eventuella sprickor. Det är i stort sett enbart vid sprickbildning i en damm som man kan befara en fara för dammsäkerheten. Finns det sprickor i en damm måste man få klart för sig när och varför de uppstod samt vad det kan ha för inverkan på säkerheten idag och i framtiden. Gamla uppgifter när sprickorna uppstod och hur de har utvecklats sig över tiden är viktiga. Gamla karteringar över sprickorna bör uppdateras vid besiktningen. Sprickorna bör inspekteras med jämna mellanrum i fortsättningen. Är det uppenbart, eller om det finns misstankar om, att sprickorna är allvarliga för dammen bör man snarast göra en noggrannare mätning. En sådan kan bestå av att sprickorna karteras till läge och storlek på ritningar samt att man fäster instrumentering vid sprickorna som mäter sprickutvecklingen över tiden. Vid den sistnämnda mätningen är det viktigt att även mäta andra variabler som har inverkan på sprickrörelser, framförallt temperaturen i betongen. Data från sprick- och t.ex. temperaturmätningar kan sättas in i strukturmekaniska beräkningar för kalibrering och bedömning av strukturell säkerhet.

Även andra mätningar kan vara intressanta att utföra, t.ex. med sprickkort eller lupp. Man kan borra med ett slagborr eller ta ut kärnor i sprickan för att se om betongen är karbonatiserad in till armeringen eller att se om korrosion har startat. Man bör mäta om betongen är fuktig i sprickområdet. Är betongen karbonatiserad och betongen relativt

fuktig ökar risken för armeringskorrosion. Läge av armering mäter man in med en täckskiktsmätare.

Finns det vattenläckage genom sprickan kan betongen vara urlakad. Vid mindre läckage syns det ofta kalkridåer på nedströmssidan. Vid större läckage hinner inte kalkridåer bildas och kalken försvinner med läckvattnet utan att kunna observeras. I det sistnämnda fallet kan omfattande kalkurlakning existera. Kalkurlakning i sprickområden sänker pH-värdet runt armeringsjärn med risk för korrosion. Urlakning försämrar även betongens vidhäftning till armeringen. Uppsikt ska hållas på kalkridåers utveckling och fuktighet samt kanske mäta kalkinnehåll i läckvatten.

Vid blöta sprickor och om dammens nedströmssida är belägen i uteluft finns det även risk för frostskador. Kalkridåer på nedströmssidan förhöjer fukttinnehållet i betongen och förvärrar risken för frostskador.

## 5 Beräkning av mekaniska spänningar i spruckna betongdammar

### 5.1 Allmänt

Partialkoefficientmetoden kan lämpligen användas då denna medger en mer nyanserad beräkning än RIDAS.

Dammar kan räknas med olika metoder, t.ex. med enklare handberäkningar eller med mer detaljerade FEM-beräkningar. Används FEM kan oftast mer realistiska balanskvationer, konstitutiva relationer, geometrier och randvillkor användas än vid handberäkningar.

### 5.2 Beräkningsgång

Vid beräkning av sprickor och deras utveckling över tiden är det viktigt att konstruktionens hela historia beaktas. Sprickor kan uppstå av ett otal anledningar och vid olika tidpunkter. Ibland är orsaken till sprickan mer än en och dessutom kan olika mekanismer (orsaker) ta vid efter varandra. T.ex. kan en avsvalningspricka som uppstod i tidig ålder förvärras av dragpåkänningar orsakade av yttre eller inre laster. En beräkning bör därför starta vid ett relevant lastfall  $i$ , för betongen, tidig ålder och fortsätta med andra troliga lastfall för förhållanden som har varit eller är aktuella, för att slutligen mynna ut i det rådande förhållandet. Den framtida utvecklingen av sprickan bör sedan verifieras mot kontinuerliga mätningar i den verkliga sprickan.

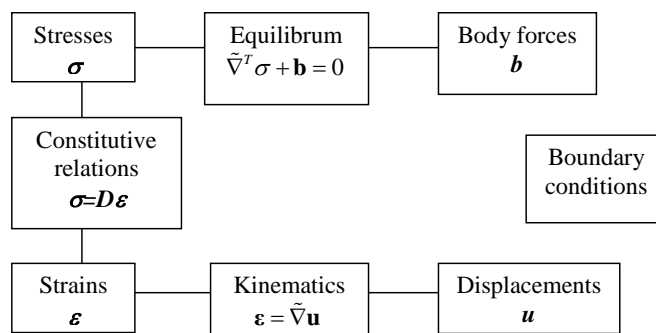
Beräkningar utförs för ett antal fall, vilka speglar antingen olika lastfall eller högre detaljeringsgrad.

### 5.3 Laster och Lastkombinationer

Se avsnitt 8.4 och 8.5.

### 5.4 Allmänt om FEM-beräkningar

I *kontinuumsmekanik* ges de grundläggande relationerna för *jämvikt*, *konstitution* och *kinematik* för infinitesimalt litet element. *Strukturmekanik* är baserat på samma relationer men gäller för kroppar med en ändlig utsträckning i en, två eller tre dimensioner. Jämvikt och kinematiska relationer är grundläggande mekaniska samband medan konstitutionen beror på materialets egenskaper (Petersson & Thelandersson 1983). Konstitutiva relationer är ofta baserade på experiment. Klassiska konstitutiva samband är t.ex. modeller av *linjärelasticitet*, *viskoelasticitet* (t.ex. krypning) och *plasticitet*.



Figur 5.1 Fundamentala ekvationer inom solidmekanik (Ottosen & Petersson 1992).

## 5.5 Balansekvationer och kinematik

Inom solidmekaniken löses oftast jämviktsekvationen

$$-\nabla \sigma = b \quad (5.1)$$

där  $\sigma$  = spänning i materialet (Pa); och  $b$  = volymskrafter (N/m<sup>3</sup>). Spänning-töjningssambandet antas med

$$\sigma = \mathbf{D}\varepsilon_{el} + \sigma_0 = \mathbf{D}(\varepsilon - \varepsilon_{th} - \varepsilon_0) + \sigma_0 \quad (5.2)$$

där  $\mathbf{D}$  = elasticitetsmatrisen (Pa);  $\varepsilon_{el}$  = total elastisk töjning (-);  $\varepsilon$  = töjning (-);  $\varepsilon_{th}$  = termisk elastisk töjning (-);  $\varepsilon_0$  = initiell töjning (-); och  $\sigma_0$  = initiell spänning (Pa). Om porvattentryck medtas skrivs ekvation (5.1) som

$$-\nabla \sigma' = b \quad \sigma' = \sigma - \nabla p_w \quad (5.3)$$

Porvattentryck i solida strukturer kan beräknas med ekvation (6.1)

Termiska spänningar i strukturer kan beräknas som

$$\Delta \sigma = \varepsilon_{th} \cdot E = \alpha_c \cdot (T - T_{c0}) \cdot E \quad (5.4)$$

där  $E$  = elasticitetsmodulen (Pa);  $\alpha_c$  = längdutvidgningskoefficient (1/°C);  $T$  = aktuell temperatur (°C); och  $T_{c0}$  = initial temperatur (°C). Temperaturen i strukturen kan beräknas med ekvationen (6.2).

## 5.6 Konstitutiva relationer

### 5.6.1 Allmänt

Med konstitutiva villkor avseende mekaniska belastningar på material menas de villkor som beskriver spänningens beroende av deformationen.

”Spänningstillståndet i verkliga material beror i allmänhet av flera faktorer, t.ex. temperatur, fuktighet, förutvarande belastningar och deformationer (historien), deformationshastighet och materialets ålder (tiden).” Vid snabb pålastning fås en momentan deformation medan vid en långsam pålastning fås en tidsberoende

deformation, *krypning*. Om en fastlåst konstruktion påverkas av spänning kommer spänningen att avta med tiden, materialet *relaxerar*.

[12] Ett *isotrop* material har identiska egenskaper i alla riktningar, annars kallas det för *anisotrop*. Ett *homogent* material har identiska egenskaper i alla punkter, annars kallas det för *inhomogent*.

### 5.6.2 Elasticitetsteori

”Om ett entydigt samband existerar mellan spänningar och deformationer sägs materialet vara *elastiskt*. Om detta förhållande dessutom är linjärt sägs materialet vara *linjärt elastiskt*, annars *olinjärt elastiskt*.” ”Verkliga material har normalt ett mycket begränsat område inom vilket det råder elastiska förhållanden.” ”För exempelvis betong anses den linjära elasticitetsteorin ge rimliga resultat om maximal tryckspänning underskrider ca 30 % av tryckhållfastheten och maximal dragspänning underskrider ca 70 % av draghållfastheten” [12]. I betong orsakas olinjäriteten av permanenta materialförändringar på mikronivå. Endast för monotont växande spänningar passar då den olinjära elasticitetsteorin in.

Den vanligaste linjärelastiska materialmodellen är *Hookes lag* där spänningen  $\sigma$  beror linjärt på töjningarna  $\varepsilon$  enligt

$$\sigma = D \cdot \varepsilon \quad (5.5)$$

där  $D$  = materialets styvhetsmatris. I det enaxliga fallet så är  $D = E$  där  $E$  = elasticitetsmodulen (Pa). E-modulen påverkas framförallt av belastningshastigheten och betongens fukthalt.

Ökar lasten så börjar så småningom arbetskurvan böja av och bli olinjär. Spänning-töjningskurvan för dragen betong är tämligen rätlinjig upp till brott. För tryckt betong är kurvan dock mer påtagligt krökt. [13]

### 5.6.3 Plasticitetsteori

”Med *plastiska* deformationer avses sådana deformationer som kvarstår efter en pålastning följt av en fullständig avlastning. Den plastiska deformationen antas således uppstå momentant och inte bero av belastningshastigheten. Till skillnad från elasticitetsteorin, beskriver plasticitetsteorin spänningstillstånd som är beroende av töjningshistorien. En och samma töjning kan erhållas vid olika spänningar, beroende av förutvarande deformationer.

Ett *flytvillkor* bestämmer om plastisk deformation sker eller ej. Föregås de plastiska deformationerna av elastiska deformationer sägs materialet vara *elastoplastiskt*. Vid *idealplastiska* material kan obegränsat stora plastiska deformationer uppkomma under konstant flytspänning. Om en förhöjning av spänningsintensiteten krävs för ökande plastisk deformation sägs materialet vara *deformationshårdnande*. Hur detta hårdnande sker bestäms av en *hårdnandelag*. Idealplastiska och deformationshårdnande material sägs vara *stabila*. Vissa material, t.ex. geologiska material och betong, kan uppvisa



såväl deformationshårdnande som *deformationsmjuknande*, beroende av deformationshistorien. Sådana material sägs vara *instabila*.”

”För att förutsäga när och hur plastisk deformation sker vid fleraxliga spänningstillstånd finns ett stort antal varianter på flytvillkor, flytlagar och hårdnandelagar formulerade i litteraturen.” (Nilsson 1983).

Vanligt använda flytvillkor för friktionsmaterial som t.ex. betong, jordar och is är Mohr-Coulomb samt dess approximationer Tresca- och Drucker-Prager modeller [14]. Speciellt Drucker-Prager [15] är en vanligt använd modell. Den finns i en mängd vidareutvecklade varianter.

Plasticering i betong handlar om att betongen får omfattande mikrosprickor och mjuknar därmed.

Vanligt använda flytvillkor för t.ex. stål är von Mises flytvillkor.

#### **5.6.4 Plastiska materialmodeller för betong**

Grundläggande plastiska modeller som t.ex. Drucker-Prager kan oftast bara utgöra mycket grova approximationer när det gäller gränslastanalyser av betong. Användbarheten av plastiska modeller när det gäller betong är egentligen mycket begränsade. Endast för extremt höga hydrostatiska tryck uppvisar betong en plastisk flytnivå. Istället mjuknar betong efter ha uppnått maximal spänning, vilket orsakar en lokalisering av materialbrott som inte är samtidig över något större område. Detta innebär att det finns storlekseffekter, vilket är viktigt för större strukturer. Därför måste plastiska flytvillkor användas ihop med realistiska modeller för lokalisering och propagering av mjuknande oelastiska zoner samt måste kopplas till vissa karakteristiska längder som är en materialegenskap (Jirásek & Basžant 2001).

Betong är tryckkänsligt material med en mycket lägre drag- än tryckhållfasthet. Huvuddragsspänning överstigande flytgränsen för dragning medför bildande och propagering av sprickor i samma riktning som huvuddragspänningen. Dragsprickor orsakar vanligtvis en nedbrytning av E-modulen, vilket inte medtas i vanliga plasticeringsmodeller, vilka vid avlastning följer den initiella E-modulen. Nedbrytning av E-modulen kan tas med vid brottmekanik eller skademekanik. De så kallade ”smeared crack models” kan antas utgöra en speciell typ av skademodell. Plasticeringsteoretiska modeller kan vid monotoniskt ökande laster användas förutsatt att energigavgivningen vid sprickbildningen och den karakteristiska längden medtas på ett bra sätt (Jirásek & Basžant 2001).

*Brottkriteriet* för betong bör kalibreras mot experimentella data och utseende på brottenvelopen. Figur 5.2 visar ett antal olika teoretiska brottkriterier som jämförs med experimentella data i Jirásek & Basžant (2001). De i figuren olika brottkriterierna är t.ex.:

$$\text{Von Mises} \quad \sqrt{J_2} - \tau_0 = 0 \quad (5.6)$$

---


$$\text{Drucker Prager} \quad \alpha I_1 + \sqrt{J_2} - \tau_0 = 0 \quad (5.7)$$

Där för plan spänning:

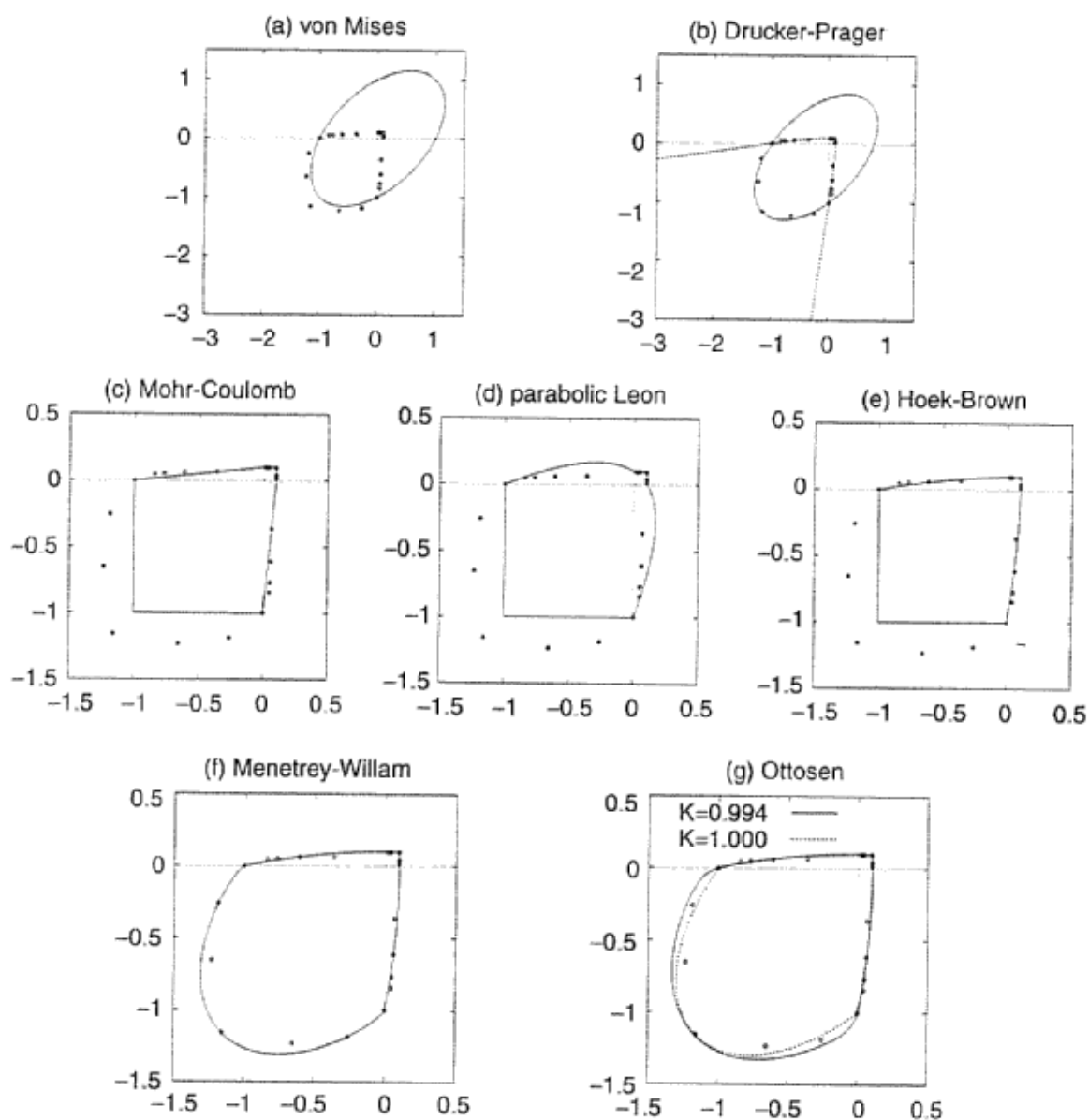
$$I_1 = \sigma_1 + \sigma_2, \quad J_2 = \frac{1}{3}[\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_1 \cdot \sigma_2] \quad (5.8)$$

Genom att ersätta  $I_1$  och  $J_2$  vid maximal spänning vid enaxiellt drag och enaxiellt tryck erhålls (Jirásek & Basžant (2001) för Drucker-Prager-villkoret:

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{f_c - f_t}{f_c + f_t} \quad (5.9)$$

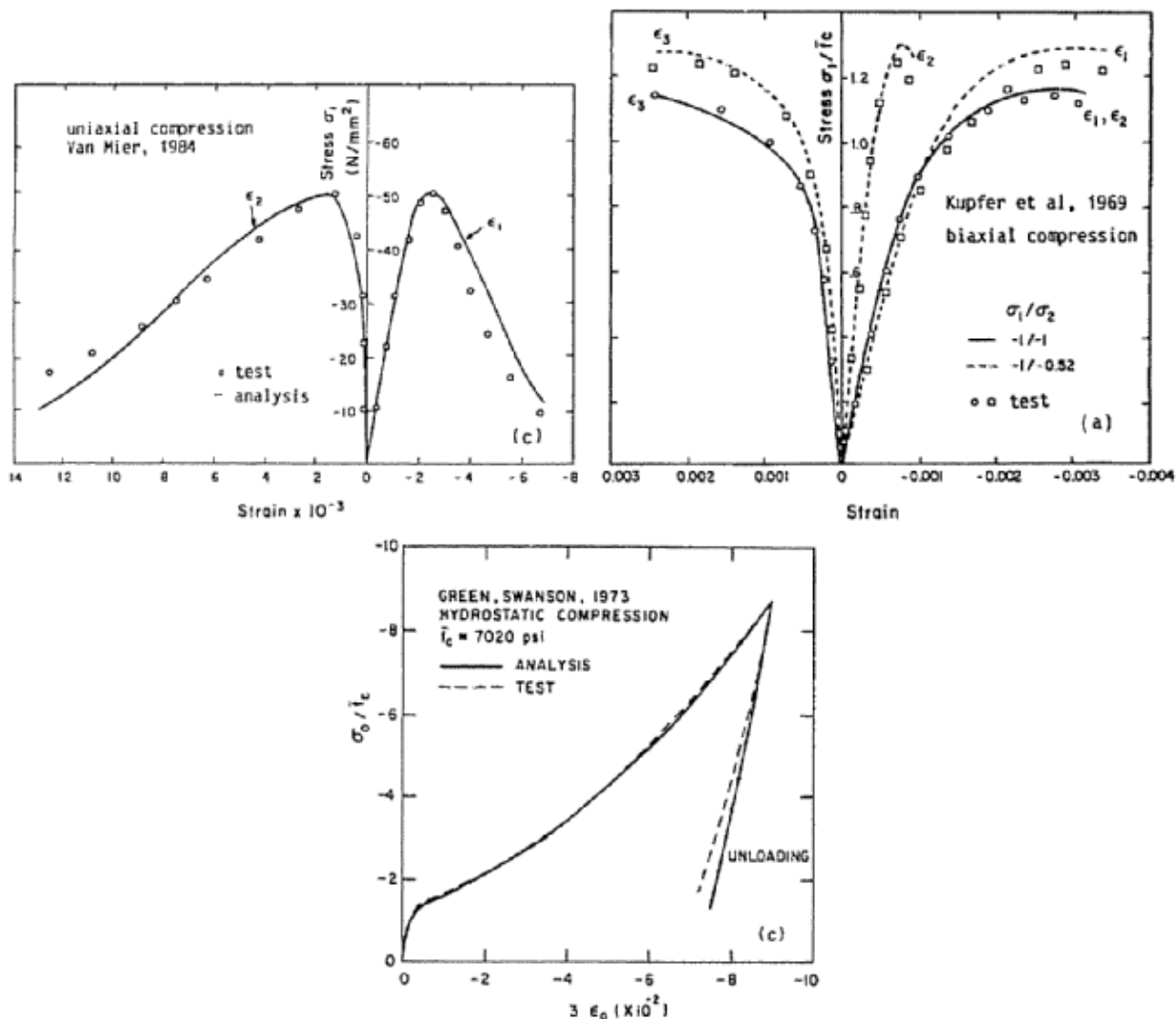
$$K = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{f_c \cdot f_t}{f_c + f_t} \quad (5.10)$$

där  $f_c$  och  $f_t$  antas vara medeltryckhållfastheten respektive medeldraghållfasteten. Vid  $f_t/f_c \approx 1$  ger uttrycken (5.7) - (5.10) en kurva som är en ellips. Vid mindre kvoter men över 0.1, närmar sig kurvan Kupfer & Gerstler's data. Vid mindre kvoter,  $\leq 0.1$  vilket är vanligt vid betong, sticker kurvan iväg mot oändligheten på trycksidan, en hyperbolisk fördelning. De andra visade modellerna i Figur 5.2 (Mohr-Coulomb, parabolic Leon, Hoek-Brown, Menetrey-William och Ottosen) ansluter mer väl till Kupfer & Gerstlers data.



Figur 5.2 Biaxiala brottenveloper av olika flytkriterier och plottade av Jirásek & Basžant (2001) i normaliserade huvudspänningsplan ( $\sigma_1/f_c$ ,  $\sigma_2/f_c$ ) och jämförda med experimentella data från Kupfer & Gerstle (1973).

De ovan visade biaxiella sambanden visar enbart brott hos betongen, d.v.s. vid spänningsmaximum. Vid plasticitetsberäkningarna vill man veta hur betongen plasticeras, d.v.s. hela arbetskurvan fr.o.m. det att spänning-töjnings sambandet börjar bli olinjärt, upp till maximal spänning och sedan vidare ner i mjuknandefasen. Man måste därför ha något slags *flytvillkor* baserat på experimentella data. Det finns ett antal flytvillkor i litteraturen, t.ex. modeller av Lin et al (1987), se Figur 5.3, och Feenstra & de Borst (1996).



Figur 5.3 Jämförelse av experimentella data och beräknade värden med modell Lin et al (1987), presenterade i Jirásek & Basžant (2001).

Feenstra & de Borst använder en Drucker-Prager flytyta vid tryckspänningar och en Rankine flytyta vid dragspänningar. Icke linjärt spänning-töjnings samband vid tryckspänningar antas när

$$f_1(\sigma, \sigma_c) = \alpha I_1 + \sqrt{J_2} - (\alpha + 1/\sqrt{3}) \cdot \sigma_c = 0 \tag{5.11}$$

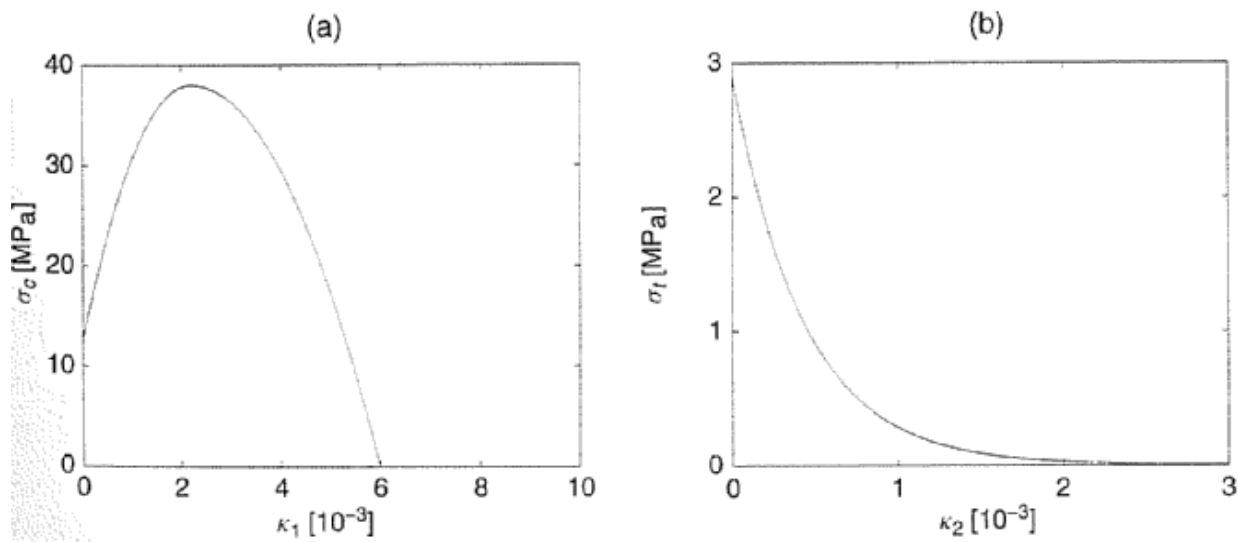
där  $\sigma_c$  = aktuell tryckflytspänning, d.v.s. aktuell spänning efter det att materialet har börjat flyta. Flytningen kontrolleras genom sambanden

Tryckspänningar: 
$$\alpha_\psi I_1 + \sqrt{J_2} - \tau_0 = 0 \tag{5.12}$$

Tryckspänningar: 
$$f_2(\sigma, \sigma_t) = \sigma_1(\sigma) - \sigma_t = 0 \tag{5.13}$$

där  $\alpha_p$  = koefficient skiljd från den tidigare visade  $\alpha$ ;  $\sigma_t$  = maximal dragspänning; och  $\sigma_t$  = aktuell dragflytspänning, d.v.s. aktuell spänning efter det att materialet har börjat flyta.

Vid tryckspänningar erhålls ett isotropiskt hårdnande följt av ett mjuknande. Vid dragspänningar erhålls ett isotropiskt mjuknande direkt, se Figur 5.4.



Figur 5.4 Modell av Feenstra & de Borst (1996) presenterade i Jirásek & Basžant (2001). (a) hårdnande-mjuknande vid tryckspänningar och (b) mjuknande vid dragspänningar.  $f_c = 38$  MPa,  $f_t = 2.9$  MPa,  $\kappa_p = 2.2 \cdot 10^{-3}$ ,  $\kappa_{lu} = 6 \cdot 10^{-3}$ ,  $\kappa_{2u} = 0.431 \cdot 10^{-3}$ .

Den totala plastiska töjningshastigheten anges som

$$\dot{\epsilon}_p = \dot{\epsilon}_{p1} + \dot{\epsilon}_{p2} = \dot{\lambda}_1 \frac{\partial g_1(\sigma)}{\partial \sigma} + \dot{\lambda}_2 \frac{\partial f_2(\sigma, \sigma_t)}{\partial \sigma} \quad (5.14)$$

Modellen arbetar med två hårdnandeparametrar

$$\dot{\kappa}_1 = \dot{\lambda}_1 + \zeta_{12} \dot{\lambda}_2 \quad (5.15)$$

$$\dot{\kappa}_2 = \dot{\lambda}_2 + \zeta_{21} \dot{\lambda}_1 \quad (5.16)$$

där  $\zeta_{12}$  och  $\zeta_{21}$  beskriver kopplingen mellan flytningen i drag- och tryck. Feenstra & Borst föreslår följande uttryck för hårdnande och mjuknande

$$\text{Trycksidan } \sigma_c = \begin{cases} \frac{f_c}{3} \left( 1 + \frac{4 \cdot \kappa_1}{\kappa_p} - \frac{2 \cdot \kappa_1^2}{\kappa_p^2} \right) & \text{för } \kappa_1 \leq \kappa_p \\ f_c \left[ 1 - \left( \frac{\kappa_1 - \kappa_p}{\kappa_{lu} - \kappa_p} \right)^2 \right] & \text{för } \kappa_p \leq \kappa_1 \leq \kappa_{lu} \\ 0 & \text{för } \kappa_{lu} \leq \kappa_1 \end{cases} \quad (5.17)$$

$$\text{Dragspänningar} \quad \sigma_t = f_t \cdot \exp\left(-\frac{\kappa_2}{\kappa_{2u}}\right) \quad (5.18)$$

där  $f_c$ ,  $f_t$ ,  $\kappa_p$ ,  $\kappa_{1u}$  och  $\kappa_{2u}$  är materialparametrar som kan bestämmas i enaxliga spänning-töjning-diagram, se t.ex. Figur 5.4.

### 5.6.5 Viskoelasticitetsteori (krypning)

”Viskoelastiska material karakteriseras av *tidsberoende* spänningar eller deformationer.” (Nilsson 1983). Krypning är en tidsberoende deformation. Betong är ett viskoelastiskt material.

Det är viktigt att skilja mellan krypning som är en deformation orsakad av en pålagd last och uttorkningskrympning som orsakas av vattenavgång från porsystemet.

De flesta material kryper, d.v.s. deformationen ökar gradvis, även om påkänningen är konstant.

Den tidsberoende deformationen (krypningen) kan indelas i tre olika stadier beroende på belastningsnivån (Fagerlund 1997):

4. *Primärkrypning*. Avstannande kryphastighet uppträder vid låga spänningar och når ibland ett asymptotiskt gränsvärde.
5. *Sekundärkrypning*. Primärkrypning övergår i en konstant kryphastighet om påkänningen ökar. Sekundärkrypning leder teoretiskt till krypbrott efter lång tid.
6. *Tertiärkrypning*. Ökar påkänningen ytterligare övergår krypningen i en accelererande kryphastighet, vilket kan leda till krypbrott relativt snabbt.

Vid krypning vid höga belastningsnivåer uppnår materialet en ”statisk utmattningsgräns”, d.v.s. långtidshållfastheten är lägre än korttidshållfastheten. Gränsen för när krypbrott i betong sker av långtidslast anses ligga runt 80% av korttidsbrottslasten (Fagerlund 1997). Se även figur 13.2:9 i Hillerborg (1994).

Det finns flera faktorer som inverkar på krypningens storlek hos betong, både inre (betongens egenskaper) och yttre faktorer. En ökad krypning fås vid:

7. en yngre betong vid pålastning
8. en ökad belastningstid
9. en ökad spänningsnivå
10. en högre, men konstant, relativ fuktighet (RH) (grundkrypning)
11. en högre temperatur
12. varierande relativ fuktighet (RH) eller temperatur

Det finns en mängd olika metoder för att beräkna den tidsberoende töjningen här benämnd primärkrypning varav några av de enklare är enligt BBK 04 2.4.7, Kryptalsmetoden enligt Östlund (1983a) eller Wagners metod (se t.ex.[17]). Dessa används vid måttliga spänningar, under 50 % av brottnivån [13] och antas ej bero av spänningsnivån.

Vid höga belastningsnivåer blir krypningen snabbare av typen sekundär- eller t.o.m. tertiärkrypning. Materialets långtidshållfasthet blir därvid lägre än korttidshållfastheten, materialet når sin *statiska utmattningsgräns*.. Den statiska utmattningsgränsen är bristfällig känd för våra vanliga byggnadsmaterial. För betong är inte gränsen helt klarlagd men man brukar ange att den ligger mellan 60 - 80 % av brottlasten [16] s. 29.

Det finns ett antal empiriska krypfunktioner framtagna t.ex. *Shanks krypfunktion*, *Ross' krypfunktion*, *Dischingers krypfunktion* och *McHenry's krypfunktion* för primärkrypning samt *Nortons krypfunktion* för sekundär och tertiär krypning. [16], [12]

Det finns även ett antal reologiska modeller som matematiskt med hjälp av fjädrar och stötdämpare beskriver mer eller mindre hela deformationskurvan med elastisk deformation, krypning, momentan återgång av elastisk del och momentan återgång fördröjd elastisk del. [12], [16]

### **5.6.6 Brotteori**

Vid högre spänningar börjar sprickor uppstå i materialet i spänningsriktningen. Beräknas spänningarna med antagande om kontinuum så går vissa spänningskoncentration mot oändligheten runt sprickspetsarna. Det är då inte möjligt att använda traditionell hållfasthetslära utan brottmekaniska principer måste användas. Gränstojningen för när betong går till brott är lite olika beroende på om det gäller drag- eller tryckpåkänningar. Vid drag är gränstojningen av storleksordningen  $0.1-0.2 \cdot 10^{-3}$  och för tryck ca  $2-3 \cdot 10^{-3}$ . Vid fleraxiellt tryck motverkas sprickbildningen och brottlasten höjs högst avsevärt. [13]. Om det förekommer drag i en eller flera riktningar sänks brottlasten.

Tryckt betong uppför sig mer plastiskt vid högre spänningsnivåer och uppvisar en långsammare och mjukare arbetskurva. Dragen betong kan inte plasticeras alls lika mjukt utan går lättare och mer abrupt till brott.

Spricktillväxt behandlas utförligt i kapitel 2.

## 6 Beräkning av miljönedbrytning i dammar

Ofta kan påverkan på en betongdamm av miljöangrepp enligt avsnitt 3.4.4 och 4.4 modelleras med differentialekvationer, som i sin tur kan FEM-formuleras och beräknas med standard FEM-program. Ofta handlar det om att beräkna transporter av fukt, värme och joner.

Vid frostangrepp sker det en transport av fukt och värme genom betongdammen. Fukt från magasinet som pressas genom betongen samtidigt som betongen kyls av mot den kalla omgivande luften. När betongen är tillräckligt fuktig och kall sker en reaktion, vattnet i betongen fryser.

Vid urlakning sker det en transport av vatten genom betongen varvid föreningar i betongen löses upp och transporteras bort från betongen. Flera kemiska reaktioner måste tas med i differentialekvationerna.

Transport av vatten i porösa material kan beräknas med Darcy's lag och en massbalans

$$d_a \frac{\partial p_w}{\partial t} + \nabla \cdot (-k_w \nabla p_w) = f \quad (6.1)$$

där  $d_a$  = dämpning (-);  $p_w$  = porvattentryck (m);  $k_w$  = permeabiliteten (m/s); och  $f$  = källterm (m). Är materialet inte fuktmättat är  $d_a \neq 0$  och  $k_w$  olinjär. Källtermen  $f$  är oftast noll men kan t.ex. vid betongens hydrataion vara skilt från noll.

Transport av värme i porösa material kan beräknas som

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} + \rho C_p \mathbf{u} \nabla T - \nabla \cdot (k \nabla T) = Q \quad (6.2)$$

där  $\rho$  = densitet hos betongen ( $\text{kg/m}^3$ );  $C_p$  = specifik värmekapacitet hos betongen ( $\text{J/kg}^\circ\text{C}$ );  $T$  = temperatur ( $^\circ\text{C}$ );  $t$  = tid (s);  $\mathbf{u}$  = konvektivt flöde av värme (m/s);  $k$  = värmekonduktivitet ( $\text{W/m}^\circ\text{C}$ ); och  $Q$  = värmekälla, skilt från noll vid beräkningar under hydrataionsprocessen, annars noll ( $\text{J/m}^3/\text{s}$ ).

Transport av joner i porösa materials porvatten kan beräknas med

$$\frac{\partial c_i}{\partial t} = \sum \hat{c}_{is} - \nabla \cdot (v_w c_i - k_i \nabla c_i) \quad (6.3)$$

där  $c_i$  = koncentration av jonslag  $i$  ( $\text{mol/m}^3$ );  $\hat{c}_{is}$  = reaktion ( $\text{mol/m}^3/\text{s}$ );  $v_w$  = vattenhastighet (m/s); och  $k_i$  = diffusionskoefficient ( $\text{m}^2/\text{s}$ ). Förändring av den solida delens joninnehåll kan beräknas som

$$\frac{\partial c_s}{\partial t} = -\sum \hat{c}_{is} \quad (6.4)$$



Vid många samtidigt verkande kemiska reaktioner måste kopplingen mellan dem modelleras.

I bilaga A visas en relativt enkel modell av urlakning som kan användas vid FEM-beräkning i osprucken och sprucken betong.

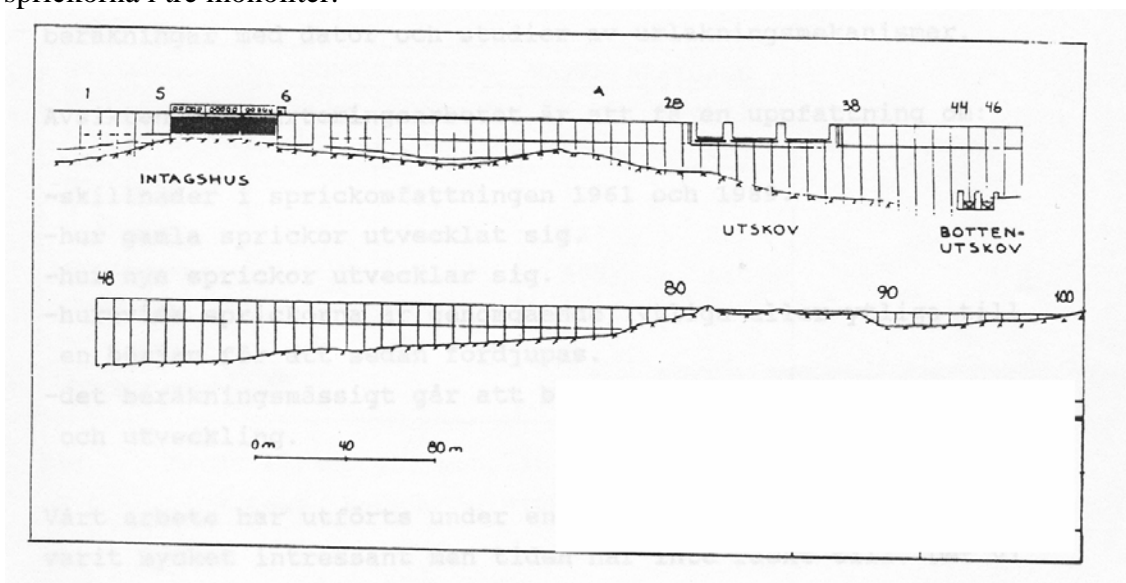
## **7 Bedömning av säkerhet mot brott**

Vid bedömning av säkerhet mot brott används i Sverige oftast riktlinjer enligt RIDAS. Vid mer svårbedömda fall eller av någon annan orsak kan verifiering av säkerheten ske med någon sannolikhetsbaserad metod som t.ex. partialkoefficientmetoden eller en tillförlitlighetsmetod. Vid sannolikhetsbaserade metoder kan hänsyn tas till statistiska variationer i bärförmåga och laster. T.ex. kan mätningar i konstruktionen förbättra träffsäkerheten i säkerhetsbedömningen.

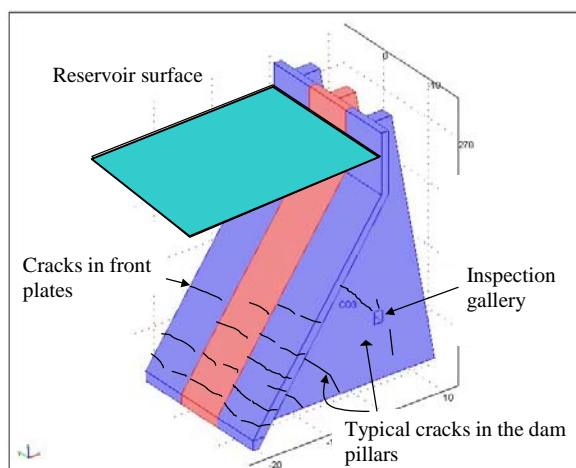
## 8 Exempel: Modellering av en lamelldamm

Den studerade dammen är hög och relativt tunnväggig lamelldamm. Den är sprucken. Frontplattorna är spruckna i horisontal led och dammpelarna är spruckna snett nedåt i strömriktningen, från de ovan nämnda sprickorna i frontplattorna och ner till berget under dammen. Sprickorna är genomgående. Gamla dokument skyller sprickorna på avsvälningssstadiet efter gjutningen. Dock är observerat att sprickorna inte är stabila utan ökar i antal och längd. Dessutom verkar inte utseendet stämma med typiska avsvälningssprickor. Sprickor kan tänkas ha uppstått under avsvälningsskedet i dammpelarna, mot berg och i krympfogen intill frontplattorna. Sprickorna kan sedan ha förstörats av spänningar i bruksstadiet.

Figur 8.1 visar en uppströmsvy av betongdammen. Figur 8.2 visar en principfigur av sprickorna i tre monoliter.



Figur 8.1 Översiktsskiss av dammen



Figur 8.2 En principfigur av tre av monoliterna i dammen. Varje monolite består av en dammpelare och en frontplatta. Längs dammen går en inspektionsgång. I figuren visas observerade sprickor i princip.

### 8.1 Syfte

Syftet med beräkningarna är att:

- Förklara orsaken till sprickorna
- Uppskatta den strukturella säkerheten för nuvarande förhållanden.

### 8.2 Metod

Finite element metoden har valts för att studera porvattentryck, temperaturfördelningen, krympning, deformationer och spänningar för en av de största monoliterna i dammen.

I avsnitt 8.6, 8.8, 8.10 och 8.11 har det generella FE-programmet Comsol Multiphysics använts för modellering.

I avsnitt 8.7 och 8.9 har det generella icke-linjära FE-programmet Abaqus 6.5 använts för modellering.

### 8.3 Beräkningsgång

Ett antal fall beräknas, vilka speglar de olika stadier som dammen har genomgått. Observera att det i och för sig viktiga avsvalningsfallet efter gjutningen inte är medtaget.

Fall 1) Bruksstadiet: Linjärelastisk beräkning för fallet ”just efter det att magasinet har fyllts upp med vatten”.

Fall 2) Bruksstadiet: Linjärelastisk beräkning nr 1 för fallet ”efter ca 50 år”.

Fall 3) Bruksstadiet: Linjärelastisk beräkning nr 2 för fallet ”efter ca 50 år”. Skillnaden mot Fall 2) är att porvattentryck istället för externt vattentryck används och att krympning och krypning medtas.

Fall 4) Bruksstadiet: Olinjärelastisk beräkning nr 1 för fallet ”efter ca 50 år”.

Fall 5) Bruksstadiet: Olinjärelastisk beräkning nr 2 för fallet ”efter ca 50 år”. En skillnad mellan denna beräkning och i Fall 4) är att här har beräkningen av när flytning uppstår modellerats med en explicit ekvation (5.7) och att även porvattentryck, istryck och krympning är medtaget. Flytning är dock här antagen som perfekt plasticitet.

Fall 6) Brottstadiet: Olinjärelastisk beräkning.

Fall 7) Bruksstadiet: Beräkning av urlakning i en spricka i frontväggen.

## 8.4 Laster

### 8.4.1 Permanenta laster

Det karakteristiska värdet  $G_k$  på en permanent last ska motsvara medelvärdet. RIDAS anger om, ej annat visat sig vara riktigare genom materialprovning, egentygnd för betong till  $23 \text{ kN/m}^3$ , vilket har använts i detta fall,.

Inget jordtryck av t.ex. sedimentmassor antas uppströms dammen.

Last orsakat av temperaturvariationer i gjutstadiet ingår ej i denna studie.

Vattentrycket delas upp i två delar, varav en räknas som *permanent* del och en som *variabel* del. Som permanent del räknas vattentrycket vid dämpningsgränsen DG. Vattentrycket kan räknas som externt tryck mot ränderna på dammen eller som invändigt porvattentryck. Är dammen relativt permeabel med kanske synligt vattenläckage ut från nedströmssidan är det riktigare att räkna vattentrycket som ett porvattentryck än som en extern last. Porvattentryck orsakat av inträngning av vatten från magasinet medför en ökad mekanisk påkänning i betongen. En last bestående av porvattentryck ger lite högre snittkrafter generellt än vid en externt vattentryck. Porvattentrycket beräknas här med ekvationen (6.1). Dämpningen  $d_a$  sätts till 1.0 på grund av att så lång tid har förflutit sedan uppfyllnaden av magasinet att slutvärde på porvattentryck antas ha utbildats. Permeabiliteten  $k_w$  sätts till  $10^{-11}$  (m/s). Källtermen  $f$  sätts till 0. I antagna sprickor antas permeabiliteten till  $k_w = 10^{-8}$  m/s. Porvattentrycket  $P_w$  sätts in automatiskt i den mekaniska spänningsberäkningen.

Vid krympning är det i allmänhet betongens förstagångskrympning p.g.a. att vatten lämnar porsystemet som är dominerande. Den är i stort sett ej återgående och räknas därför som permanent. Det finns olika sätt att räkna ut betongs krympning. Här används en nyanserad metod enligt Östlund (1983a) avsnitt 2.3:5 och NVE (1990):

$$\varepsilon_{cs}(t) = \varepsilon_{c0} \cdot [\beta_s(t) - \beta_s(t_0)] \quad (8.1)$$

där  $\varepsilon_{cs}(t)$  = tidsberoende krympvärdet  $\approx 2.5 \cdot 10^{-4}$  enligt figur 2.3:8 i Östlund (1983a);  $\varepsilon_{c0}$  = slutkrympningen;  $\beta_s$  = en tidsfaktor (figur 2.3:9 i Östlund 1983a);  $t$  = betongens

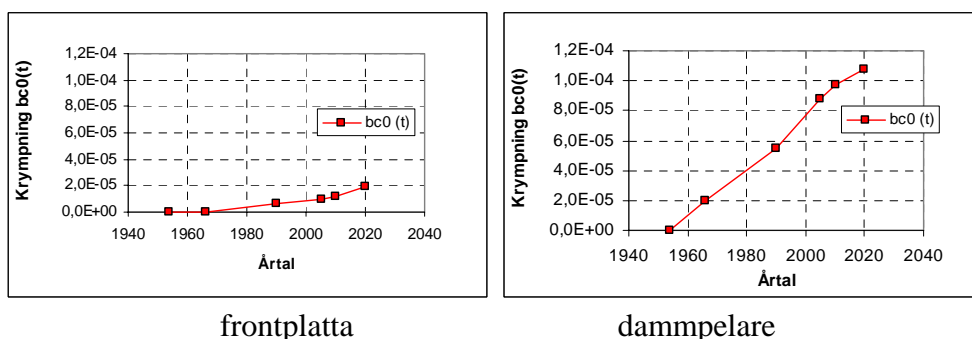
faktiska ålder (dygn); och  $t_0$  = betongens ålder vid den tidpunkt från vilken krympningen räknas (dygn). Betongens teoretiska tjocklek  $h_m$  är

$$h_m = \frac{2 \cdot A}{u} \quad (8.2)$$

där  $A$  = betongtvärsnittets area ( $\text{m}^2$ ); och  $u$  = exponerad yta vartill fukt torkar ut ( $\text{m}^2$ ). Som en tumregel kan man säga att krympningens hastighet minskar med kvadraten på  $h_m$ .

Värden enligt figur 9 i Östlund (1983a) anses gälla vid temperaturen  $+20^\circ\text{C}$ . Vid aktuell damm är snarare årets medeltemperatur ca  $+2^\circ\text{C}$ , vilket medför ett nominellt tidsintervall på

$$t_n = \frac{T+10}{30} \cdot t = \frac{2+10}{30} \cdot t = 0.40 \cdot t \quad (8.3)$$



Figur 8.3 Antagen krympning pga av fuktavgång enligt Östlund (1983a) avsnitt 2.3:5 för olika årtal.

Betongens deformation under last kan delas upp i en momentan och en tidsberoende del, *krympning*. Det finns olika metoder för att beräkna den tidsberoende töjningen här benämnd primärkrympning, t.ex. enligt BBK 04 2.4.7, *Kryptalsmetoden* enligt Östlund (1983a) eller *Wagners metod* (se t.ex. Fagerlund 1979).

I FEM-beräkningen nedan används dock BBK:s metod med en korrigerad E-modul efter lång tid enligt

$$E_{kryp} = \frac{E_k}{1 + \varphi_{ef}} = \frac{E_k}{1 + 0.5} \quad (8.4)$$

där  $\varphi_{ef}$  antas inkludera fuktiga förhållanden och en viss andel långtidslast.

För *permanent* laster och för *långtidsdelen av variabel* laster kommer den totala deformationen efter lång tid att utgöras av både den elastiska och tidsberoende deformationen. Deformationen räknas som *permanent*. *Korttidsdelen av variabel* laster antas som helt återgående vid avlastning och antas vara *variabel last*. Lastreduktionsfaktorn  $\psi$  sätts enligt lasten som åstadkom deformationen.

Inga sättningar antas då betongdammen är grundlagd på berg. Inga sättningar är observerade eller troliga.

### 8.4.2 Variabla laster

Inga tunga fordon kan framföras på dammen p.g.a. smal brobana så någon trafiklast ansätts ej. Last från rörliga dammdelar (luckor) berör endast utskoven så någon last från luckor på lamelldammen erhålls ej.

Inget rörligt jordtryck av t.ex. sedimentmassor antas uppströms dammen.

Om temperaturrörelser under brukstiden förhindras uppstår spänningar i materialet. Spänningar av temperaturförändring i linjärelastiskt material beräknas med ekvation (5.4). Längdutvidgningskoefficienten  $\alpha_c$  antas här till  $1.0 \cdot 10^{-5}$  ( $1/^\circ\text{C}$ ).

Det är svårt att ange en viss initiell temperatur  $T_{c0}$  vid en viss tidpunkt samt även att ange spänningsgraden vid denna tidpunkt. Med initiell temperatur menas egentligen i beräkningsmodellen här nedan att en färdighärdad betong med en viss temperatur ( $T_{c0}$ ) sätts ut i naturen. Så gick det naturligtvis inte till i verkligheten. Monoliterna göts vid olika tillfällen och även de olika delarna i monoliterna göts vid olika tillfällen. Dessutom har säkert betongen i någon mån plasticerats vid gjutningen på grund av de temperaturrörelser som uppstod då ihop med att betong erhåller en gradvis tillstyvnande. Vägverket anger att man ska räkna med  $+10^\circ\text{C}$  som  $T_{c0}$ .

Monoliterna är gjutna på vintern. Det är okänt hur värmeisolerad betongen var efter gjutningen. Den initiella temperaturen kan ha legat på  $5 - 10^\circ\text{C}$ . I denna rapport antas en viss initiell temperatur enligt nedan och att ett spänningslöst tillstånd råder år 0. I beräkningarna antas

$$T_{c0} = 0 \text{ eller } 10^\circ\text{C} \quad (8.5)$$

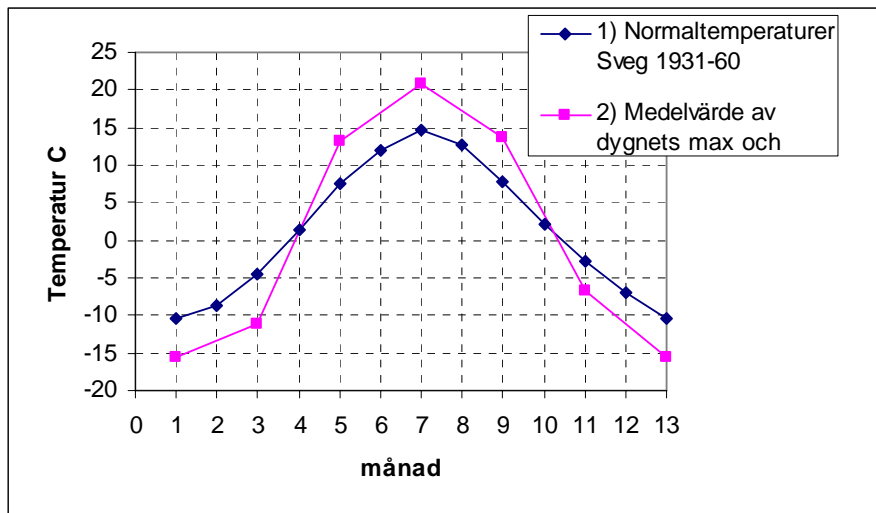
I Figur 8.4 visas dels normaltemperatur och dels medelvärde av dygnets max- och mintemperatur från Sveg, vilket troligen är relativt likt förhållandena för den aktuella dammen.

Vidare antas att den karakteristiska temperaturändringen  $T_k$  för dammen följer kurva 2 i figuren. I FEM-beräkningen nedan används uttrycket

$$T_k = T_0 + T_m \cdot \sin(\pi \cdot t / (3600 \cdot 24 \cdot 365 / 2)) \quad (8.6)$$

Där  $T_m$  = sätts till  $17.5^\circ\text{C}$  mot luft (vilket är "våghöjden" i Figur 8.4) eller  $5^\circ\text{C}$  mot berg och mot vatten över nivån  $+264.75$ ;  $T_0$  = sätts till  $2.5^\circ\text{C}$ ; och  $t$  = tiden (s).

Mot vatten under nivån  $+264.75$  sätts randtemperaturen för frontplattan till  $T_k = 4^\circ\text{C}$ .



Figur 8.4 Normaltemperaturer och medelvärde av dygnets max- och minimivärden (Byggtabeller 1983).

Temperaturvariationer i betongen beräknas med en FEM-formulering av värmebalans ekvationen (6.2) förutom att den konvektiva delen  $\rho C_p \mathbf{u} \cdot \nabla T$  sätts till noll.

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} - \nabla \cdot (k \nabla T) = Q \quad (8.7)$$

där  $\rho$  = betongens densitet ( $\text{kg}/\text{m}^3$ );  $C_p$  = betongens specifika värmekapacitet ( $\text{J}/\text{kg}/^\circ\text{C}$ );  $T$  = temperatur ( $^\circ\text{C}$ );  $t$  = tiden (s);  $k$  = värmekoduktiviteten ( $\text{W}/\text{m}/^\circ\text{C}$ ); och  $Q$  = källterm ( $\text{J}/\text{m}^3/\text{s}$ ).

Betongens specifika värmekapacitet är beroende bl.a. av fukttinnehåll och vct (Ljungkrantz et al 1994). Här är fukttinnehållet troligen ganska högt och vct är 0.5 och 0.6 för frontplatta respektive pelare. Värmekapaciteten antas här till:

$$C_p = 1000 \text{ J}/\text{kg}/^\circ\text{C} \quad (8.8)$$

Betongens värmekoduktivitet beror bl.a. av densitet och fukttinnehåll. Här beräknas den enligt (Ljungkrantz et al 1994):

$$\lambda_C = k_m \cdot k_w \cdot \lambda_0 \quad (8.9)$$

där  $\lambda_C$  = betongens värmekoduktivitet,  $k_m$  = materialkonstant = 1;  $k_w$  = fuktfaktor enligt figur 18.5:1 i Ljungkrantz et al;  $\lambda_0$  = densitetsberoende enligt figur 18.5:2 i Ljungkrantz et al.

Betong har en porositet på (Fagerlund 1994):

$$P_c = P_a \cdot V_a + P_p \cdot V_p = P_a \cdot V_a + \frac{C}{1000} (vct - 0.19 \cdot \alpha) + \text{Luft} \quad (8.10)$$

där  $P_c$  = betongens porositet ( $\text{m}^3/\text{m}^3$ );  $P_a$  = ballastens porositet ( $\text{m}^3/\text{m}^3$ );  $V_a$  = ballastens volymandel ( $\text{m}^3/\text{m}^3$ );  $P_p$  = pastans porositet ( $\text{m}^3/\text{m}^3$ );  $V_p$  = pastans volymsdel ( $\text{m}^3/\text{m}^3$ );  $C$



= cementhalt ( $\text{m}^3/\text{m}^3$ );  $vct$  = vikt vatten i förhållande till vikt cement (kg/kg);  $\alpha$  = hydratationsgraden (-); och  $Luft$  = inblandad luft ( $\text{m}^3/\text{m}^3$ ).

I den aktuella betongen är  $P_a = 0$ ;  $V_a = 0$ ;  $C = 300 \text{ kg/m}^3$ ;  $vct = 0.5$ ;  $\alpha \approx 0.9$ ;  $Luft \approx 0.04$ , vilket ger

$$P_c = 0 + \frac{300}{1000}(0.5 - 0.19 \cdot 0.9) + 0.04 = 0.139 \text{ m}^3/\text{m}^3 \quad (8.11)$$

Om fullständig vattenmättnad råder så är fukthalten:

$$\text{Fukthalt} = P_c = 13.9 \% \quad (8.12)$$

och i relation till det om annan porfyllnadsgrad råder. Värmeledningseffektivitet antas som  $\lambda_c = 1 \cdot 2.3 \cdot 1 = 2.7 \text{ W/m}^\circ\text{C}$  i frontplatta och  $\lambda_c = 1 \cdot 2.1 \cdot 1 = 2.3 \text{ W/m}^\circ\text{C}$  i dammpelare.

Fukthalten i dammpelaren är okänd men frontplattan är i det närmaste vattenmättad. I tabell 18.5:1 i Ljungkrantz et al gällande termiska egenskaper uppmätta hos betong i några dammanläggningar i USA, ser man att konduktiviteten kan variera mycket, från 1.8 till 3.86. Med detta i tanken ansätts i beräkningarna samma konduktivitet i både frontplatta och dammpelare till

$$\lambda_c = 2.5 \text{ W/m}^\circ\text{C} \quad (8.13)$$

Temperaturvariationer i berget under dammen antas med samma ekvation men med andra koefficienter (enligt Knutsson 1984 tabell G21:32 för granit):

$$\rho_{\text{berg}} = 2600 \text{ kg/m}^3 \quad (8.14)$$

$$C_{p,\text{berg}} = 830 \text{ J/kg}^\circ\text{C} \quad (8.15)$$

$$\lambda_{\text{berg}} = 4 \text{ W/m}^\circ\text{C} \quad (8.16)$$

Som redan nämnts ovan i avsnitt 8.4.1 kan vattentrycket delas upp i två delar, varav en räknas som *permanent* del (avsnitt 8.4.1) och en *variabel* del. Som variabel del räknas:

- Vattentrycket mellan DG och ök betongdamm. Det sätts så att  $\gamma_f \cdot \psi \cdot S_k = \text{ök betongdamm enligt RIDAS}$ . Ök betongdamm = +274.75.
- $\gamma_f = 1.3$  eller 1.0,  $\psi = 1.0$ ,  $\psi_1 = 0$ .
- Med  $\gamma_f = 1.3$ ,  $\psi = 1.0$  och  $\gamma_f \cdot \psi \cdot S_k = \text{ök betongdamm}$  innebär det att  $\text{övy}_k = (274.74 - 273.0) / 1.3 + 273 = +274.34$

Vindrelaterade laster kan vara vågkrafter (icke brytande, brytande eller brutna) och snedställning av vattenytan.

- När det variabla vattentrycket är huvudlast förenklas dessa laster till att inbegripas i det variabla vattentrycket upp till överkant (ök) betongdamm.
- När islast är huvudlast antas inte någon vindrelaterad last finnas.
- När varierande temperatur är huvudlast antas det finnas en vanlig, vindrelaterad last och  $\gamma_f \cdot \psi \cdot S_k = 1.0 \cdot 0.25 \cdot (\text{övy}_k - \text{DG}) = 0.25 \cdot (274.34 - 273)$ .

Sätts enligt RIDAS så att  $\gamma_f \cdot \psi \cdot S_k = 200$  kN/m. Det innebär att  $S_k = 200 / (1.3 \cdot 1.0) = 154$  kN/m.

## 8.5 Lastkombinationer

Lastkombinationer ansätts enligt Tabell 8.1. Tabellen har baserats på BKR och BRO 04.

Tabell 8.1 Lastkoefficienten  $\psi \cdot \gamma$  för respektive lastkombination. L.K. 10 är långtidslast, de övriga är korttidslaster.

		Lastkombination						
		Brottstadie			Bruksstadie			
		Vanlig						
LASTER		1a	1b	1c	8a	8b	8c	10
<b>Permanent</b>								
Egentyngd	max	1,15	1,15	1,15	1	1	1	1
	min	0,85	0,85	0,85				
Vattentryck <sup>1)</sup>		1	1	1	1	1	1	1
Krympning (fukt)	max	1	1	1	-	1	-	1
	min	0	0	0	-	0	-	0
<b>Variabla</b>								
Temperaturändring		1,3	0,6	0,6	0	0,6	1	0,6
Vattentryck <sup>2)</sup>		0	1,3	0	0	0	0	0
Vind (vågor, snedst)		0,25	0	0	0	0	0	0
Istryck <sup>3)</sup>		0,6	0,6	1,3	0	0,6	0	0

1) Övy vid DG.

2) Sätts så att  $\gamma \cdot g \cdot S_k = \max$  övy vid ök betongdamm

3) Sätts så att  $\gamma \cdot g \cdot S_k =$  enligt RIDAS (200 kN/m)

Eventuellt kan diskuteras om  $\psi \cdot \gamma$  för temperaturändring borde ha varit noll vid långtidslast då temperaturen förändras över året.

## 8.6 Fall 1): Bruksstadiet: Linjärelastisk beräkning för fallet "just efter det att magasinet har fyllts upp med vatten".

En av de högsta monoliterna i dammen beräknas med programmet Comsol Multiphysics.

Aktuella laster är egentyngd av betong samt extern last av vattentryck mot frontplattan. Det antas inte ha utbildats något porvattentryck i betongen.

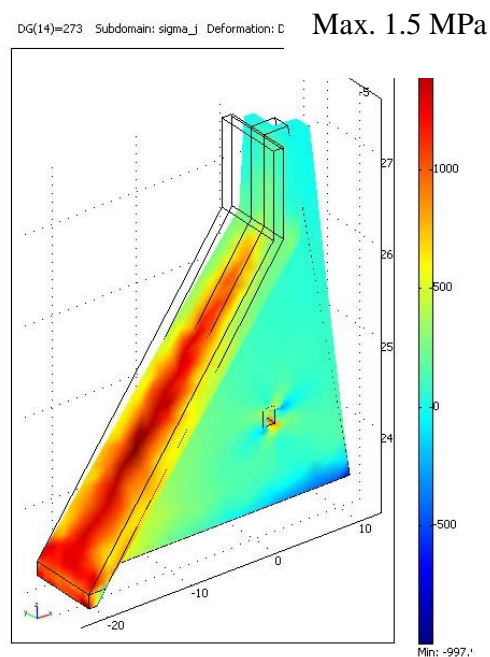
Jämförelsespänning  $\sigma_j$  enligt Drucker-Prager-ekvationerna (5.7) - (5.10) beräknas för att se om flytgränsen kan tänkas uppstå i detta fall, d.v.s. om det finns (fanns) sprickrisker i detta fall.  $\alpha$  och flytgränsen  $K$  uppskattas till

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{f_{cck} - f_{ctk} / \xi}{f_{cck} + f_{ctk} / \xi} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{21500 - 1600 / 1.3}{21500 + 1600 / 1.3} = 0.51 \quad (8.17)$$

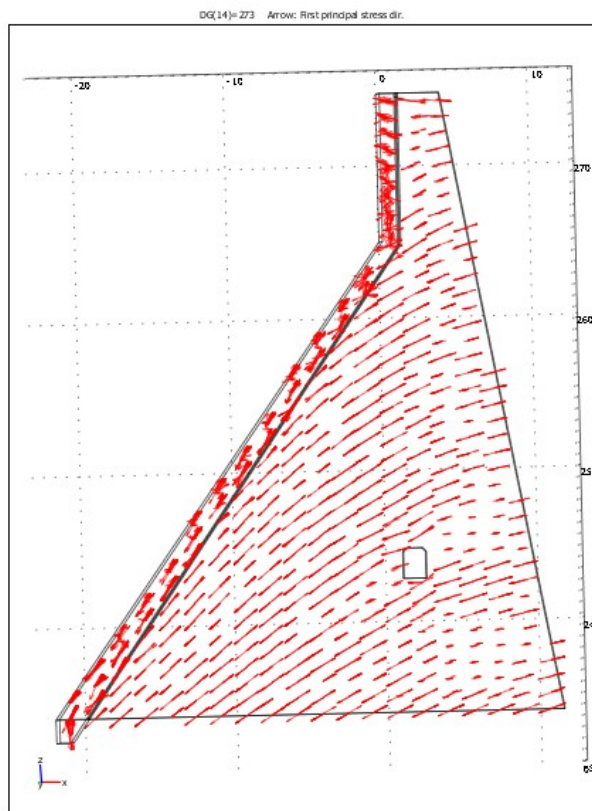
$$K = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{f_{cck} \cdot f_{crack}}{f_{cck} + f_{crack}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{21500 \cdot 1230}{21500 + 1230} = 1344 \text{ kPa} \quad (8.18)$$

Värdena på  $f_{cck}$  och  $f_{ctk}$  endast har uppskattats utifrån en antagen betongkvalitet K30. Observera att inga materialundersökningar har utförts som kan verifiera ovanstående modell eller uppskattningar. Beräkningsmodellen innehåller ingen armering.

Maximal  $\sigma_j$  fås till ca 1.5 MPa, vilket är något högre än den antagna flytgränsen  $K$  och även högre än den antagna sprickhållfastheten  $f_{ctk}/\xi$ .



Figur 8.5 Spänningar  $\sigma_j$  orsakade av egentynghd och externt vattentryck.



Figur 8.6 Huvuddragspänningar orsakade av egentyngd och framförallt externt vattentryck.

## 8.7 Fall 2): Bruksstadiet: Linjärelastisk beräkning nr 1 för fallet ”efter ca 50 år”.

För att få en förståelse för hur konstruktionen påverkas av yttre laster, temperaturlaster och randvillkor mot berget har en analys med linjärelastisk materialmodell utförts. Beräkningsmodellen innehåller ingen armering.

### 8.7.1 Förutsättningar

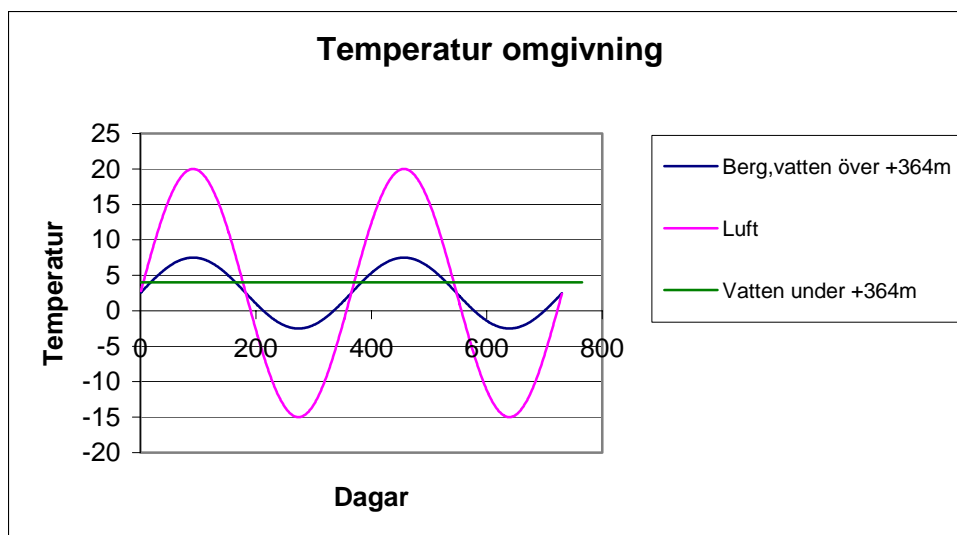
Enbart yttre laster från hydrostatiskt tryck mot frontplattan, islast och egentyngd beaktas. De enda inre lasterna som beaktas är från temperaturvariationer i konstruktionen under året. Krympning, krypning och porvattentryck beaktas inte.

Tre olika randvillkor mot berget analyseras:

1. *Modell 1*, monolitens botten fastlåst i alla frihetsgrader
2. *Modell 2*, monolitens botten fastlåst i längsgående riktningen och ”elastic foundation” i den vertikala riktningen.
3. *Modell 3*, monolitens botten är kopplad mot berget med hjälp av kontaktpar med friktionsfaktorn 0.8.

Betongens initialtemperatur innan temperaturvariationen läses in har stor betydelse för de mekaniska spänningarna i konstruktionen. En enklare studie av olika initialtemperaturer hos betongen har utförts, se sektion 8.7.5.1. Om inget annat anges så förutsätts initialtemperaturen i konstruktionen före belastning vara  $+10^{\circ}\text{C}$ .

Vid  $T_0$  i Figur 8.7 är man i början av månad 4 dvs. april. Figuren redovisar en period av två år.



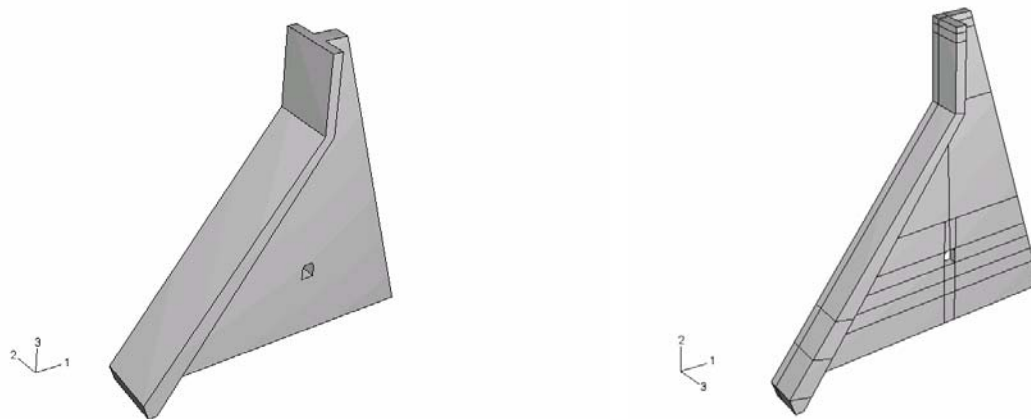
Figur 8.7 Vatten-, berg- och lufttemperatur

Tabell 8.2 Antagen indata till värmeövergångsberäkningen för betongkonstruktionen

Variabel	Symbol	Belopp	Enhet
Densitet	$\rho$	2300	$\text{Kg/m}^3$
Värmeövergångstal mellan luft och dammkonstruktion	$\alpha_k$	13	$\text{W/m}^2 \text{K}$
Värmeledningsförmåga	$k$	2.5	$\text{W}/(\text{m K})$
Värmevärmekapacitet	$c$	1000	$\text{J}/(\text{Kg K})$

### 8.7.2 FE-modell vid temperaturberäkning

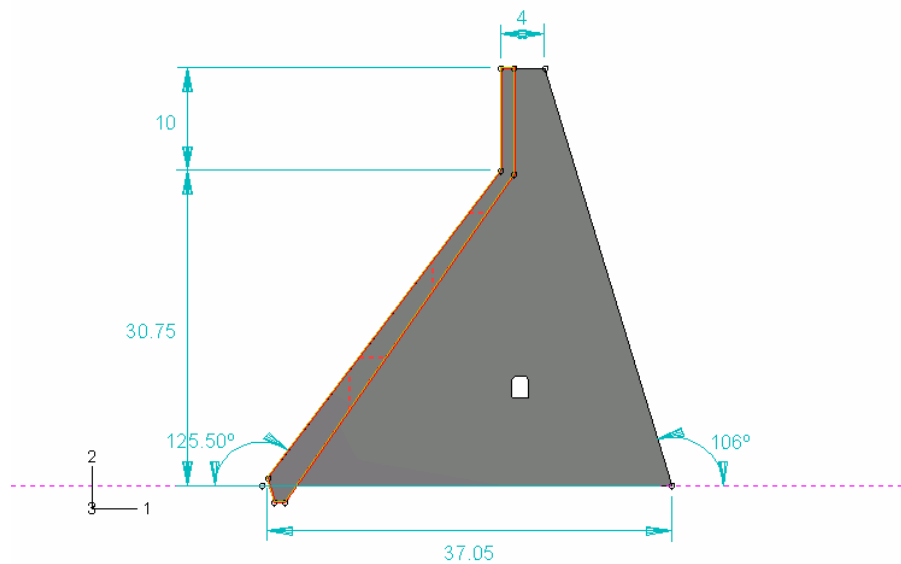
Endast halva monoliten modelleras på grund av symmetrivillkor.



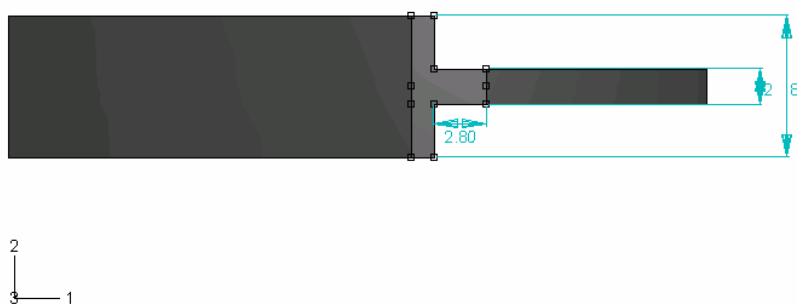
Figur 8.8 Jämförelse av hel monolit och endast en halva, vilket används i analyserna

### 8.7.2.1 Geometri

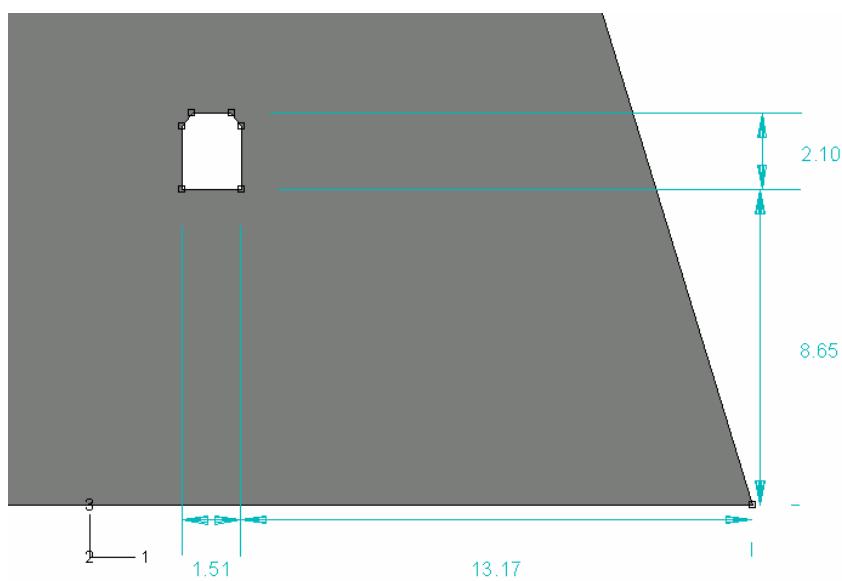
Följande geometri används.



Figur 8.9 Måttsett sidovy av beräkningsmodell



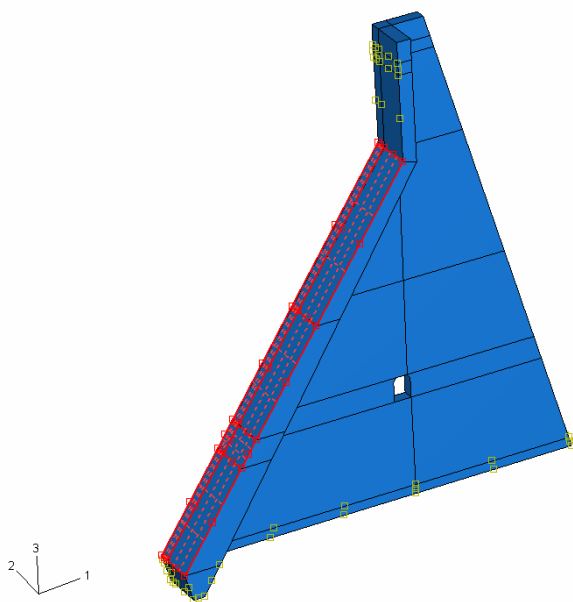
Figur 8.10 Måttatt vy från ovan över beräkningsmodell



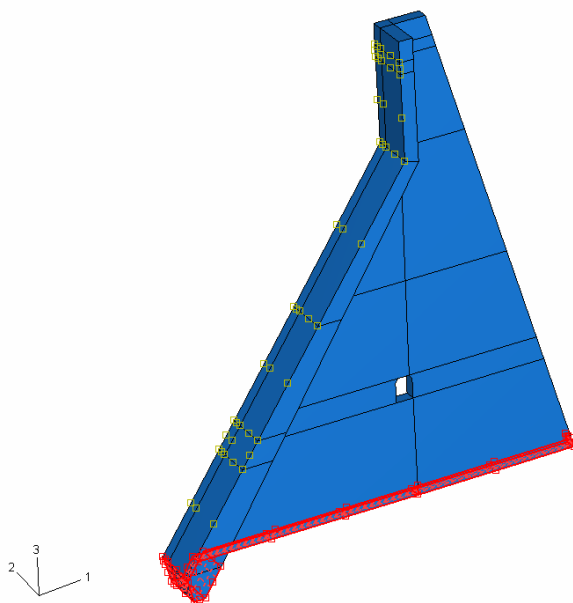
Figur 8.11 Måttatt vy över inspektionsgången genom beräkningsmodellen

### 8.7.2.2 Randvillkor

Det förutsätts att ingen värmetransport sker i symmetriplanet och mot angränsande monolits frontplatta. De övriga ytorna har antingen temperatur randvillkor eller konvektionsvillkor, se Figur 8.12 till Figur 8.15.

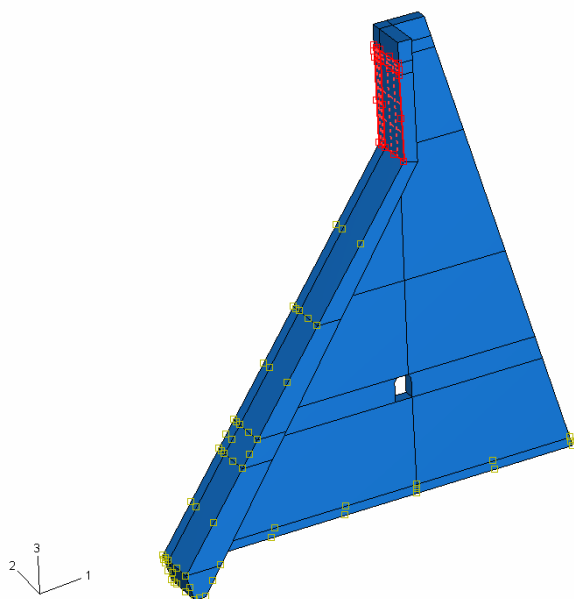


Figur 8.12 Yta med konstant randtemperatur av 4° C.

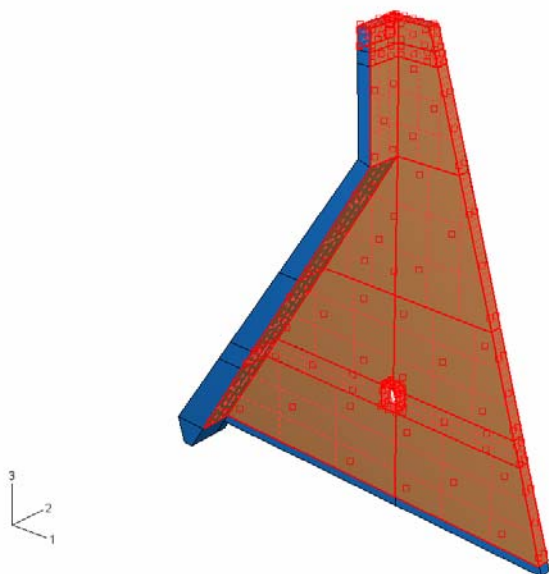


Figur 8.13 Yta med randtemperatur enligt definitionen "berg" i Figur 8.7





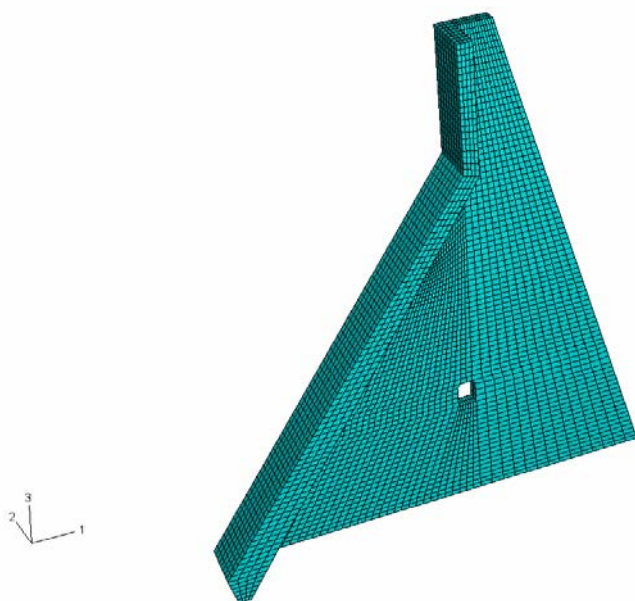
Figur 8.14 Yta med randtemperatur enligt definitionen "vatten +364 m" i Figur 8.7



Figur 8.15 Yta med värmeövergångstal enligt Tabell 8.2 omgivande temperatur enligt definitionen "luft" i Figur 8.7

### 8.7.2.3 Beräkningsnät

Beräkningsnätet består av ca. 9000 element av andra ordningen och 50000 noder. Elementtypen är 20-nodiga värmeöverföringselement med Abaqus benämning DC3D20.

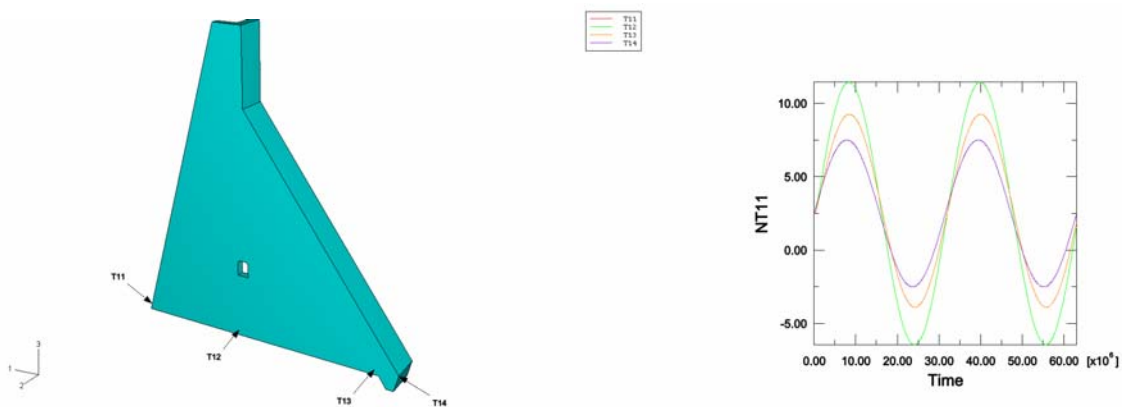


Figur 8.16 Beräkningsnät

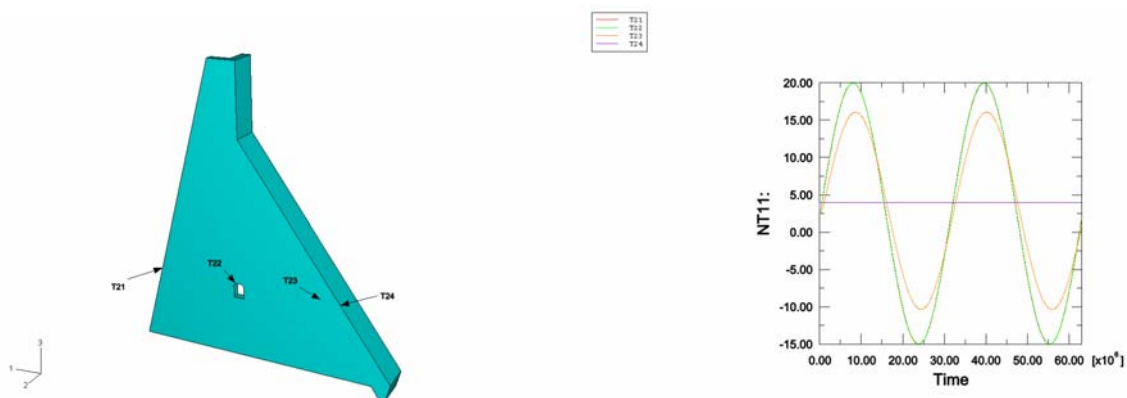
### 8.7.3 Resultat temperaturberäkning

#### 8.7.3.1 Temperaturer mitt i monoliten

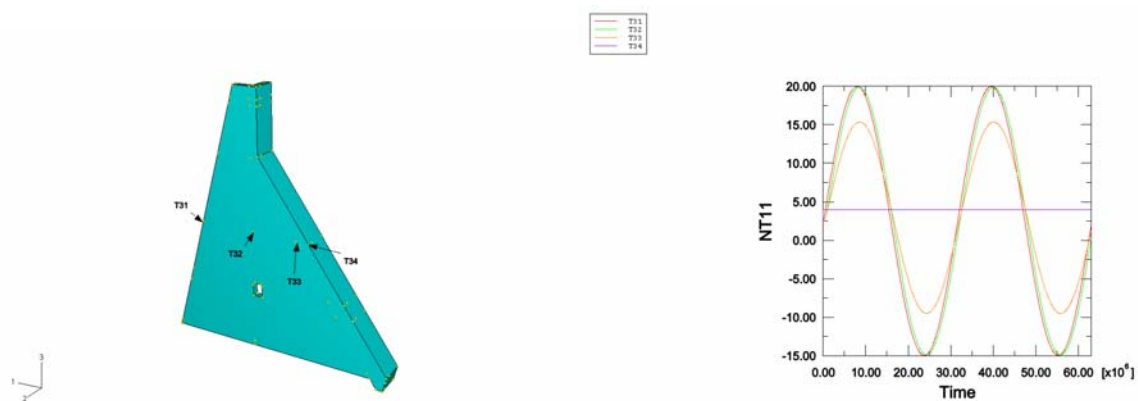
För ett antal referensnoder har temperaturen plottats mot tiden. Referensnoderna är uppdelade i fem plan och belägna mitt i symmetriplanet för konstruktionen.  $T_0$  är i början av april och analysen redovisas för två årsstycken.



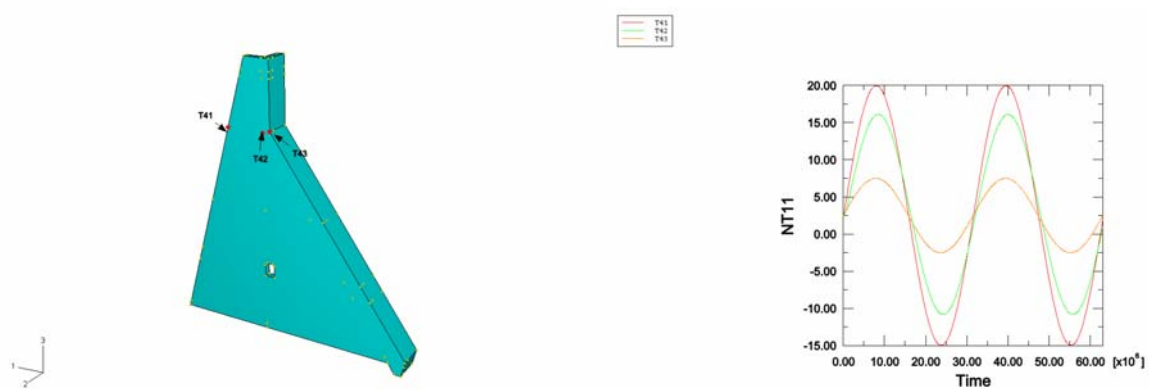
Figur 8.17 Temperatur för referensnoderna T11-T14 belägna mitt i monoliten



Figur 8.18 Temperatur för referensnoderna T21-T24 belägna mitt i monoliten



Figur 8.19 Temperatur för referensnoderna T31-T34 belägna mitt i monoliten



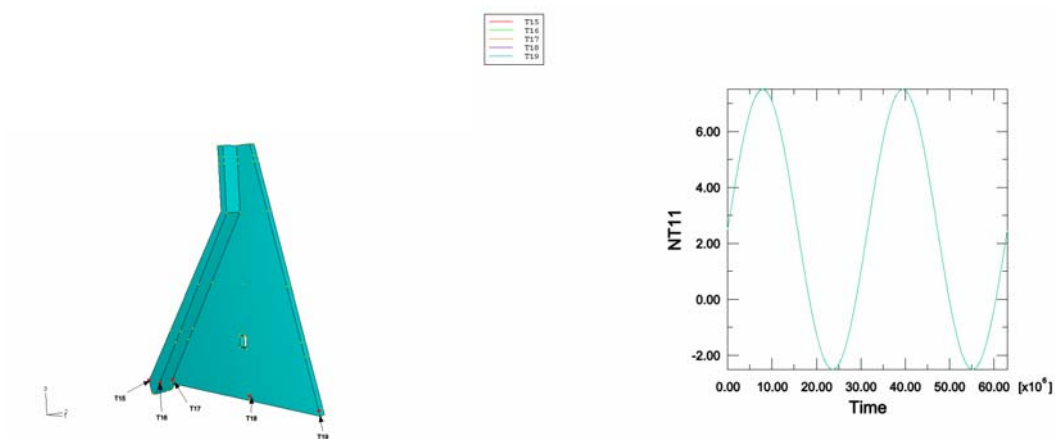
Figur 8.20 Temperatur för referensnoderna T41-T43 belägna mitt i monoliten



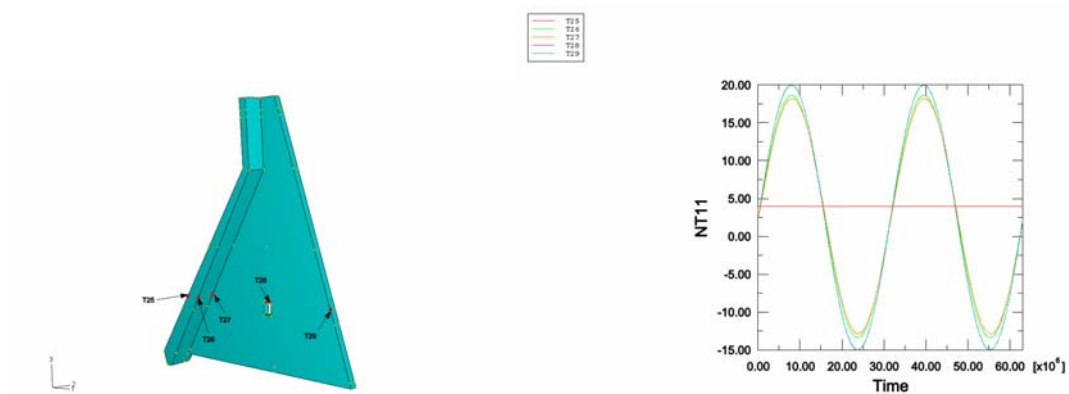
Figur 8.21 Temperatur för referensnoderna T51-T53 belägna mitt i monoliten

### 8.7.3.2 Temperaturer för utsidan på monoliten

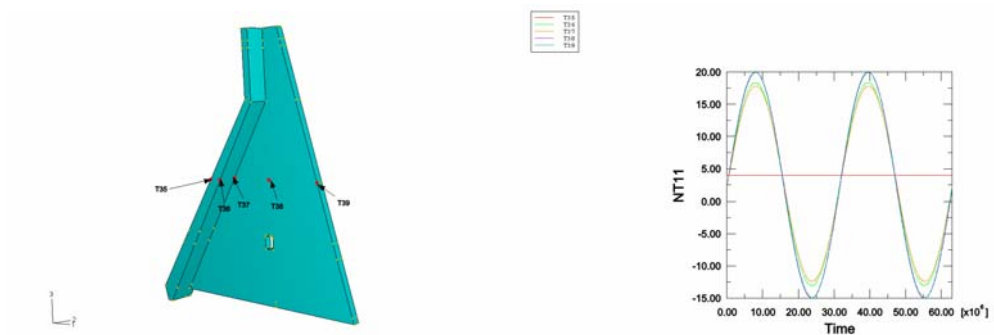
För ett antal referensnoder har temperaturen plottats mot tiden. Referensnoderna är uppdelade i fem plan och belägna på utsidan av monoliten.  $T_0$  är i början av april och analysen redovisas för två årscykler.



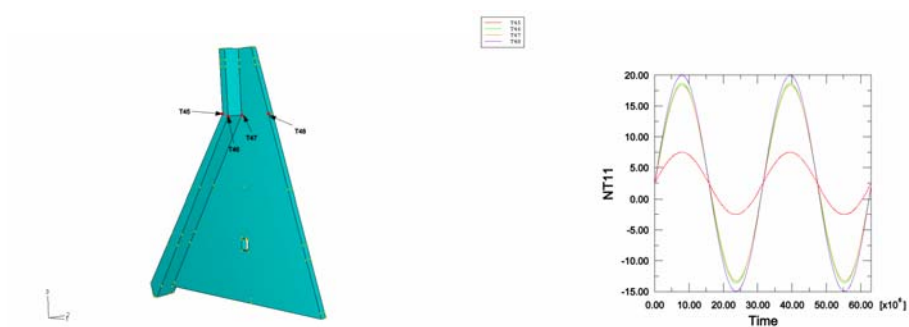
Figur 8.22 Temperatur för referensnoderna T15-T19 belägna mitt i monoliten



Figur 8.23 Temperatur för referensnoderna T25-T29 belägna mitt i monoliten



Figur 8.24 Temperatur för referensnoderna T35-T39 belägna mitt i monoliten



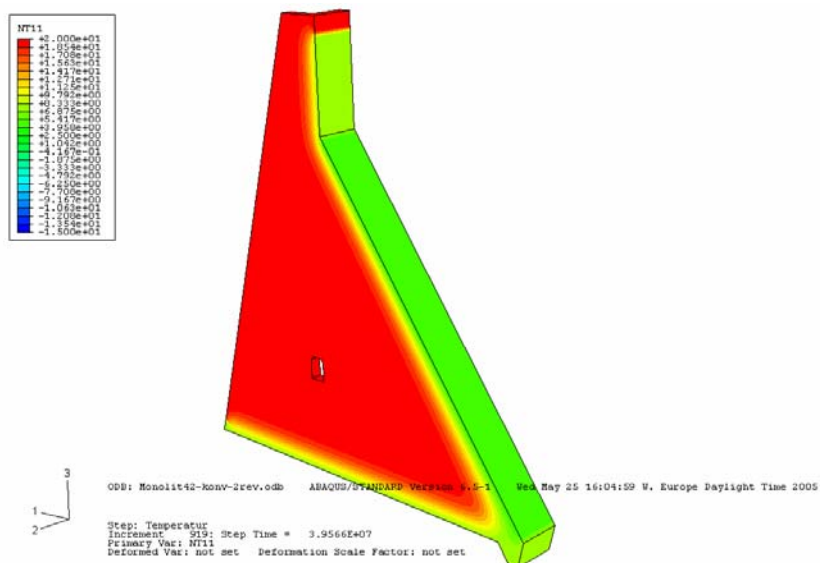
Figur 8.25 Temperatur för referensnoderna T45-T48 belägna mitt i monoliten



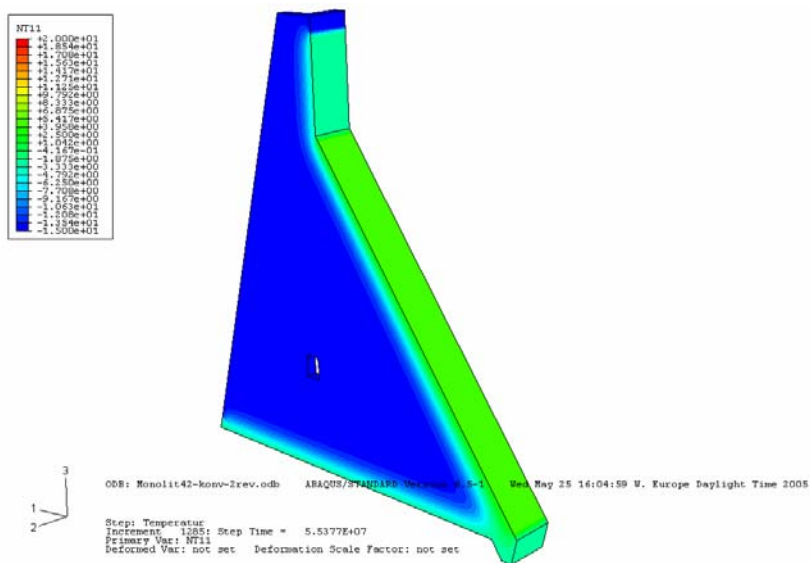
Figur 8.26 Temperatur för referensnoderna T55-T58 belägna mitt i monoliten

### 8.7.3.3 Temperaturfördelning vid den högsta och lägsta lufttemperaturen

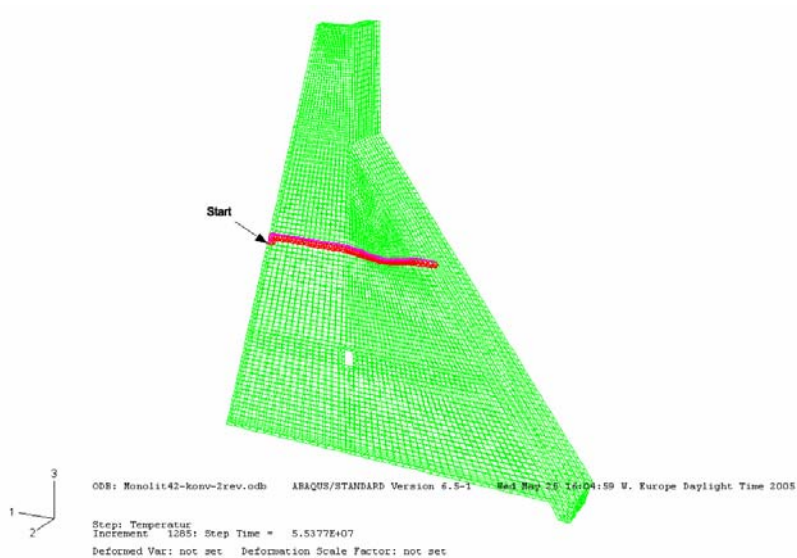
För de två fall där man har de största temperaturgradienterna för sommar och vinter redovisas temperaturfördelning i konstruktionen, både i konturplottar och två grafer för olika spänningslinjer.

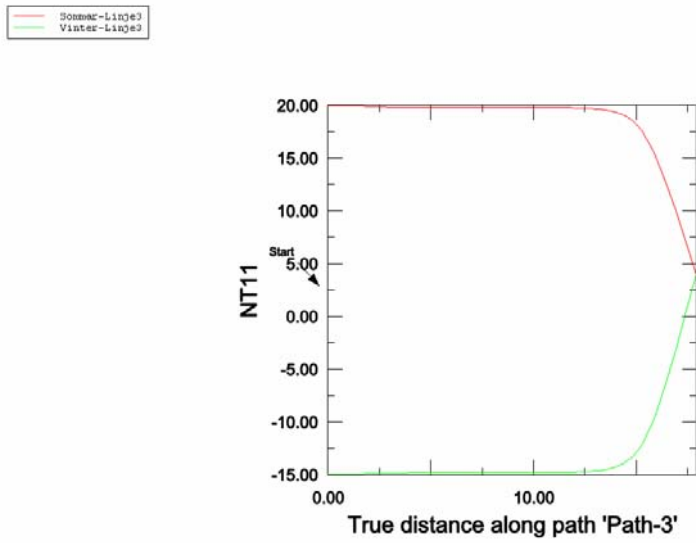


Figur 8.27 Temperaturfördelningen i konstruktionen för den högsta lufttemperaturen (sommar)

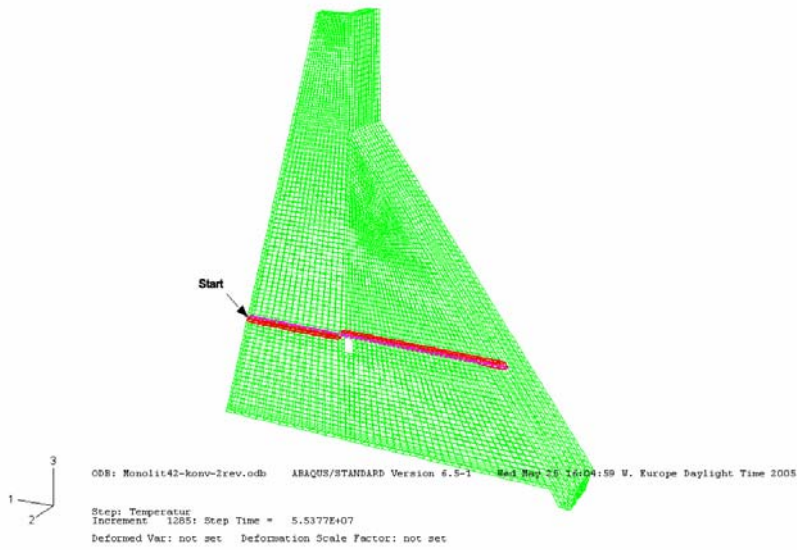


Figur 8.28 Temperaturfördelningen i konstruktionen för den lägsta lufttemperaturen (vinter)

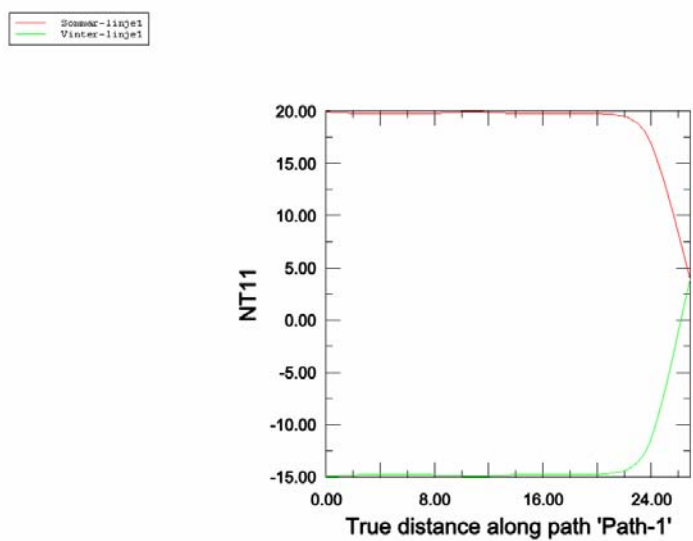




Figur 8.29 Temperaturfördelningen längs "linje 3" för de lägsta respektive högsta lufttemperaturerna







Figur 8.30 Temperaturfördelningen längs "linje 1" för de lägsta respektive högsta lufttemperaturerna

## 8.7.4 FE-modell vid den mekaniska beräkningen

### 8.7.4.1 Materialparametrar

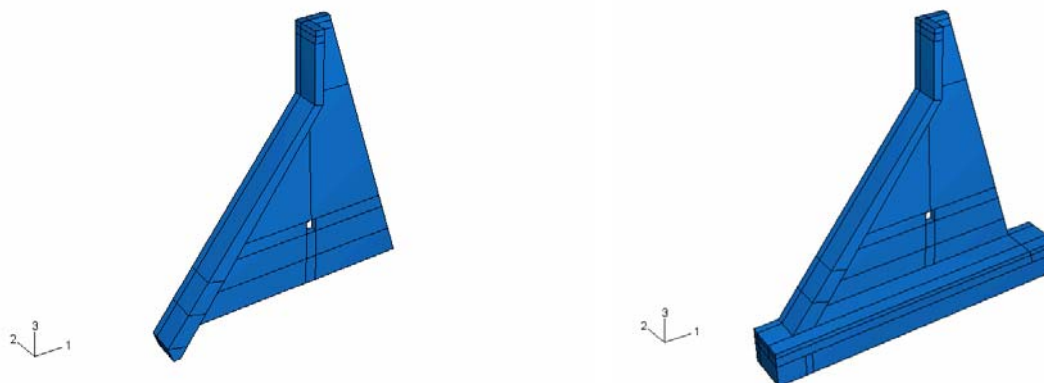
En linjärelastisk materialmodell för både betong och berg förutsätts enligt Tabell 8.2.

Tabell 8.3 Materialparametrar

Material	E (GPa)	$\nu$ (-)	$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )
Betong K25	25	0.2	2300
Berg	60	0.2	-

### 8.7.4.2 Geometri

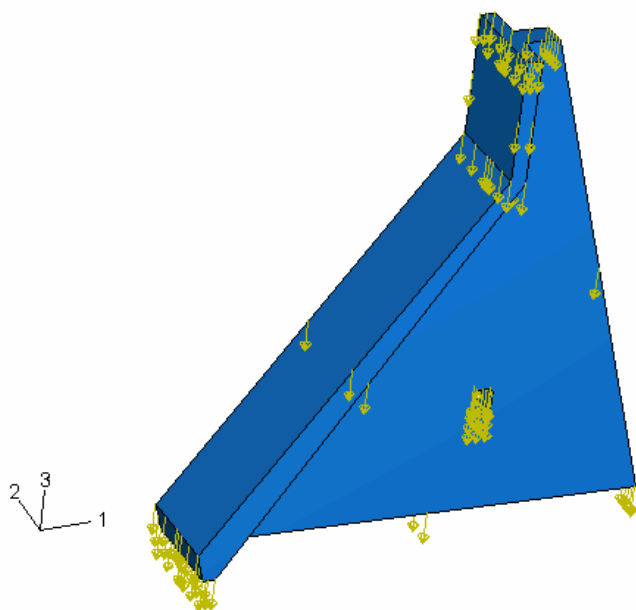
Geometrin är den samma som för den tidigare redovisade temperturberäkningen. Enda skillnaden som finns är att det för fallet med kontaktpar i interaktionen mellan monolit och berg även finns med en del av berget under monoliten, se Figur 8.31.



Figur 8.31 Beräkningsmodell med och utan del av underliggande berg

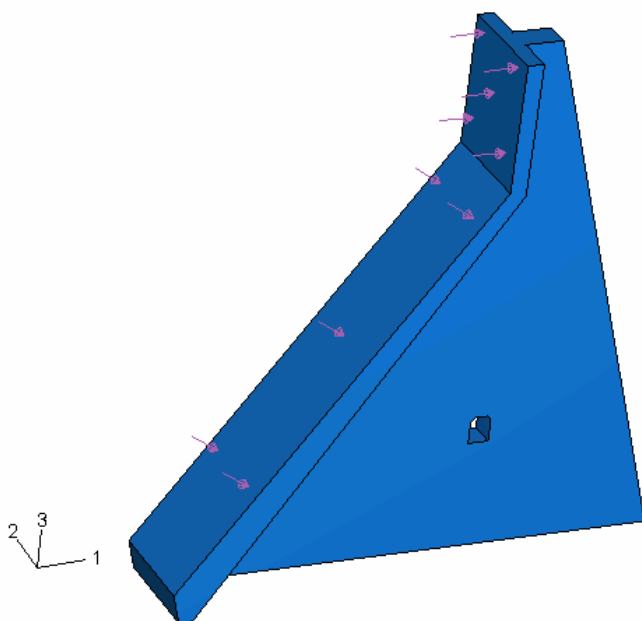
### 8.7.4.3 Laster

De yttre lasternas utbredning redovisas i Figur 8.32 till Figur 8.34. Egentyngden modelleras genom gravitationskrafter med accelerationskoefficienten  $9.81 \text{ m/s}^2$ .



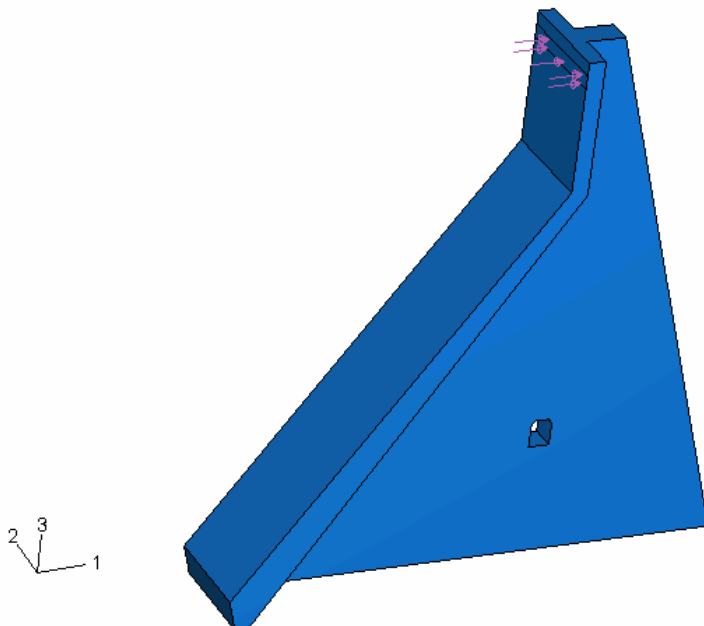
**Figur 8.32** Beräkningsmodell pålastad med egentvingd som en gravitationslast

Vattenlasten modelleras genom att beräkningsmodellen placeras på "rätt" nivå i det globala koordinatsystemet. Hydrostatiskt tryck läggs sedan på ytorna markerade i Figur 8.33 som en extern last. Utbredningen är triangulär på grund av höjdförändringen.



**Figur 8.33** Beräkningsmodell pålastad med hydrostatisk vattenlast

Islasten förutsätt vara 154 kN/m och belasta konstruktionen från vattenytan och en meter nedåt, se Figur 8.34.

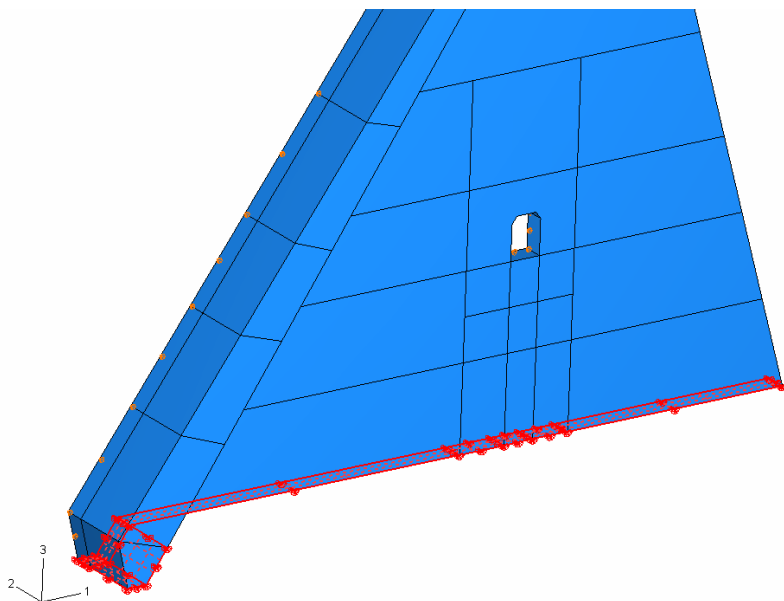


Figur 8.34 Beräkningsmodell pålastad med islast

Temperaturbelastningen påförs genom att temperaturfältet för tillhörande beräkningssteg inläses från den tidigare värmetransportanalysen. Endast monoliten berörs av detta temperaturfält och berggrunden påverkas inte i de fall då den återfinns i modellen.

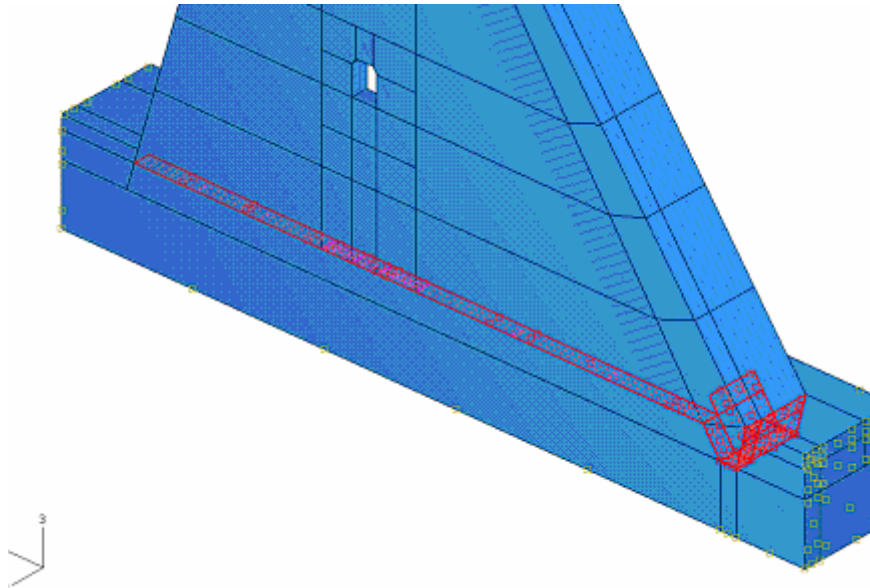
#### **8.7.4.4 Randvillkor**

De olika randvillkoren som analyserats redovisas i Figur 8.35 och Figur 8.36. Det enda som skiljer modell 1 från modell 2 är att den vertikala (riktning 3) låsningen ersatts med ett elastiskt underlag med den antagna bergstyvheten 60 GPa.



**Figur 8.35** Randvillkor för modell 1 där hela undersidan på monoliten har alla frihetsgrader låsta

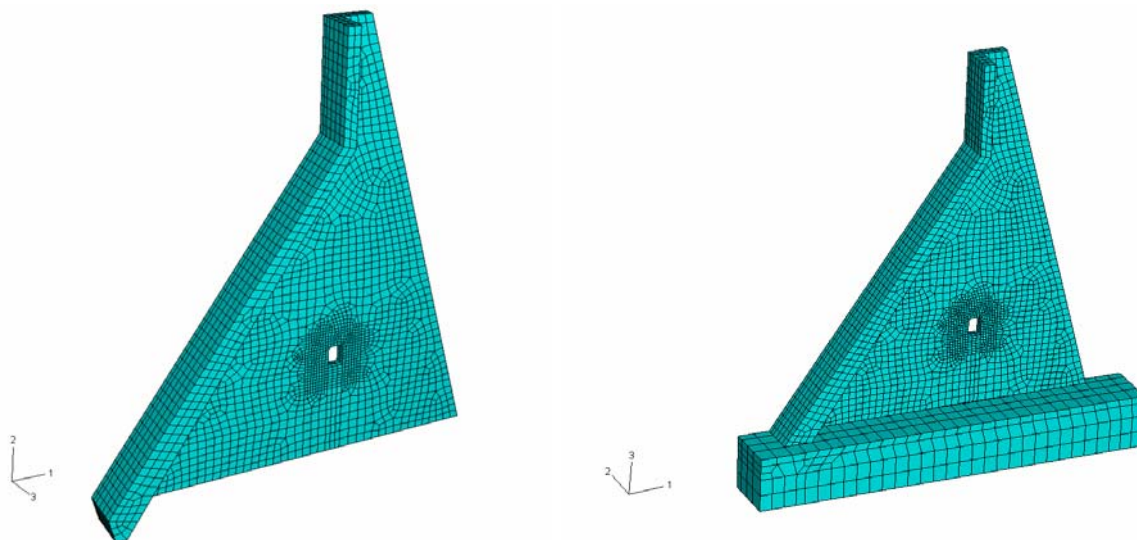
I modell 3 är interaktionen mellan monoliten och berget modellerad med ett kontakpar med friktionskoefficienten 0.8. Ytorna runt den mindre bergdelen har ett elastiskt underlag som beskrivits ovan.



**Figur 8.36** Randvillkor för modell 3 där hela undersidan på monoliten är kopplad till berget med ett kontakpar.

### 8.7.4.5 Beräkningsnät

Beräkningsnätet består av ca. 11000 element av första ordningen. Elementtypen är 8-nodiga kontinuumelement med Abaqus benämning C3D8R. Längden på elementens sidor är för monoliten i överlag ungefär 0.8 m med en förtätning mot inspektionsgången där sidorna är 0.2 m.

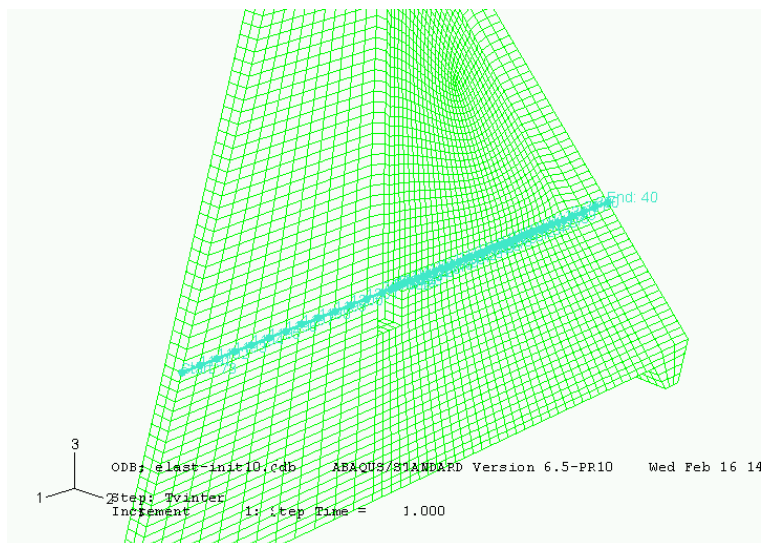


Figur 8.37 Beräkningsnät

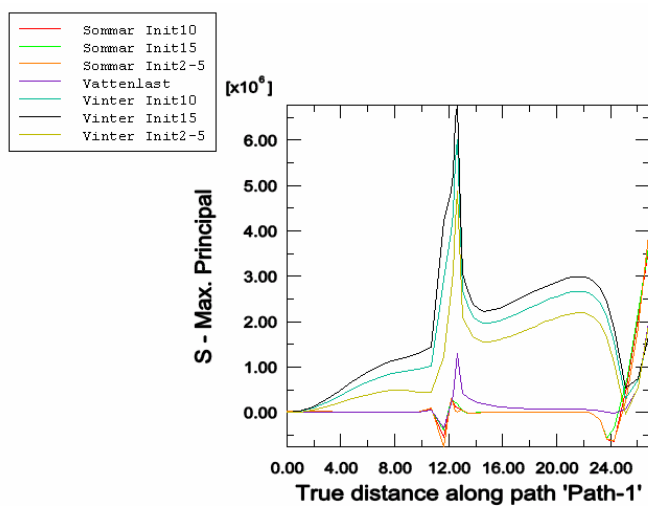
## 8.7.5 Resultat av den mekaniska beräkningen

### 8.7.5.1 Variation av betongens initialtemperatur

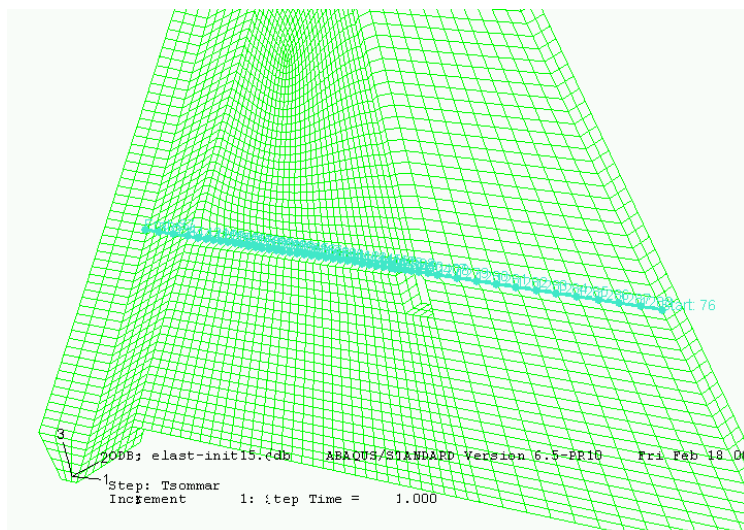
För tre olika initialtemperaturer hos betongen redovisas längs två olika resultatlinjer variationer av de största dragspänningarna på grund av sommar- och vintertemperaturgradienter. Resultatlinjerna går igenom mitten och på utsidan av monoliten och i höjd med överkanten av inspektionsgången. Spänningarna redovisas i Figur 8.39 och Figur 8.41. För alla modeller där inverkan av betongens initialtemperatur analyserats, är interaktionen mot berget modellerad enligt ”modell 2” enligt beskrivning tidigare i sektion 8.7.1.



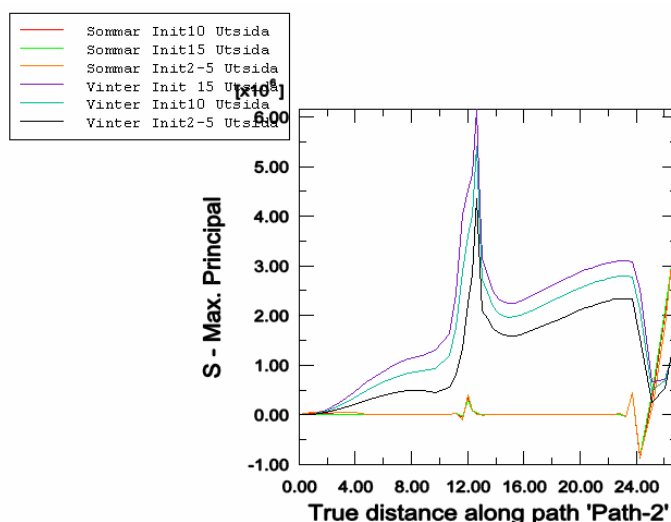
Figur 8.38 Resultatlinje 1 som går från nedströmssidan mot frontplattan, mitt i konstruktionen i höjd med överkant på inspektionsgången



Figur 8.39 Max. dragspänningar längs resultatlinje 1 för sommar- och vintertemperatur beroende på initial temperatur hos konstruktionen



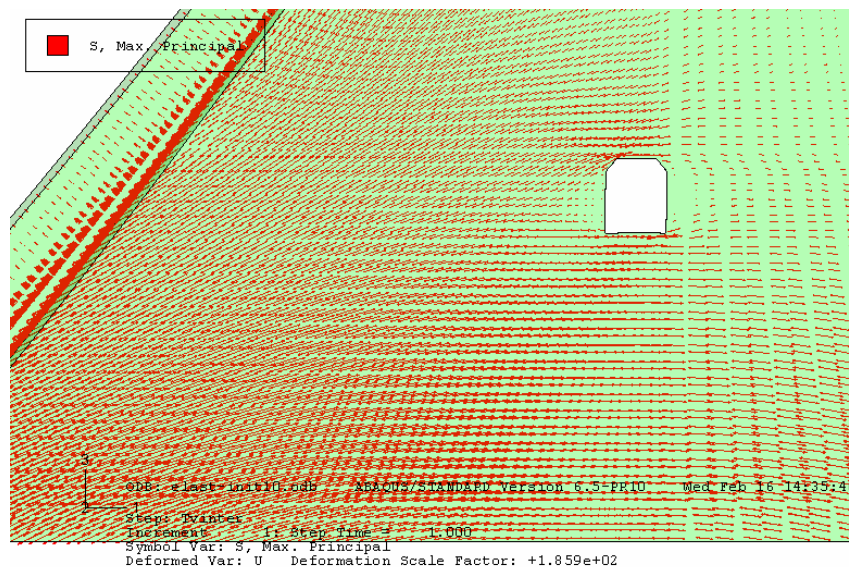
Figur 8.40 Resultatlinje 2 som går från nedströmssidan mot frontplattan, på utsidan av konstruktionen i höjd med överkant på inspektionsgången



Figur 8.41 Max. dragspänningar längs resultatlinje 1 för sommar- och vintertemperatur beroende på initial temperatur hos konstruktionen

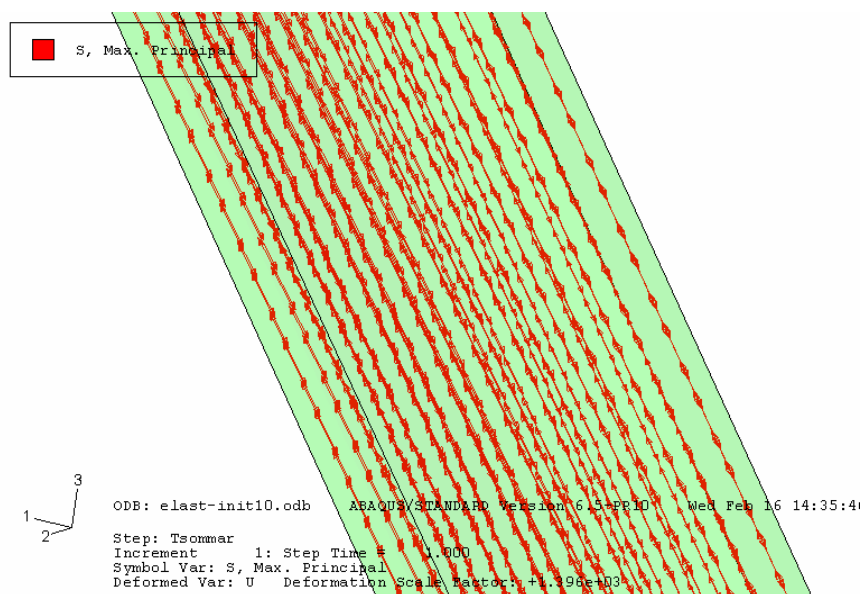
Både mitten och utsidan av konstruktionen visar på höga dragspänningar vid inspektionsgången för vintertemperaturgradienten för alla initialtemperaturer som testas. I Figur 8.42 redovisas ett exempel på en vektorplott över de största dragspänningarna i den nedre delen av monolitens stödskiva under belastning av egentygnd, vattenlast och vintertemperaturgradient där initialtemperaturen varit +10°C för betongen.



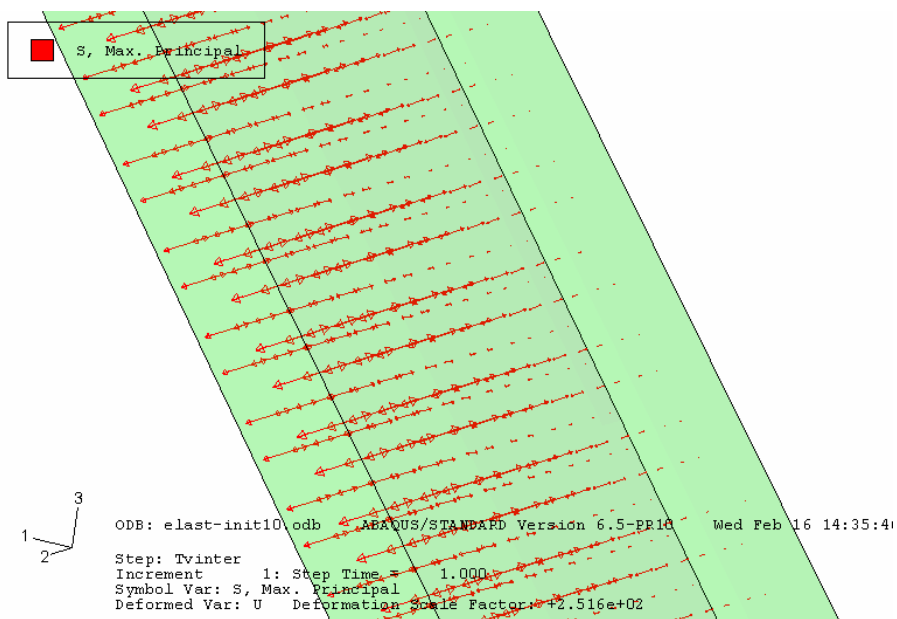


**Figur 8.42** Exempel på vektorplot för max. dragspänningar under vintertemperaturgradienten

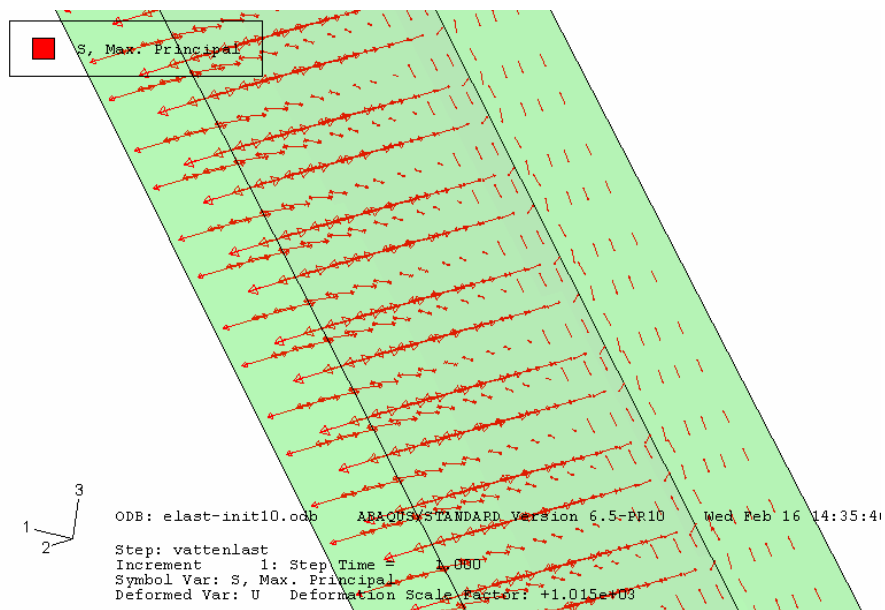
Höga dragspänningar fås även i frontplattan för sommartemperaturgradienten. Dragspänningarna i frontplattan finns även för vintertemperaturgradienten men inte alls lika stora som för sommarfallet. I Figur 8.39 finns dragspänningarna från vattenlasten plottade som en egen kurva, och i Figur 8.44 ser man att huvudspänningsriktningen är vriden 90 grader mot Figur 8.43. Dragspänningarna beror således på vattenlasten som trycker frontplattan, som är inspänd likt en konsol mot stödskivan, se Figur 8.45.



**Figur 8.43** Exempel på vektorplot för max. dragspänningar i endast mittersta delen av frontplattan för sommartemperaturgradienten



Figur 8.44 Exempel på vektorplot för max. dragspänningar i endast mittersta delen av frontplattan för vintertemperaturgradienten



Figur 8.45 Exempel på vektorplot för max. dragspänningar i endast mittersta delen av frontplattan för vattenlast

### 8.7.5.2 Variation av interaktionen mellan monolit och berg

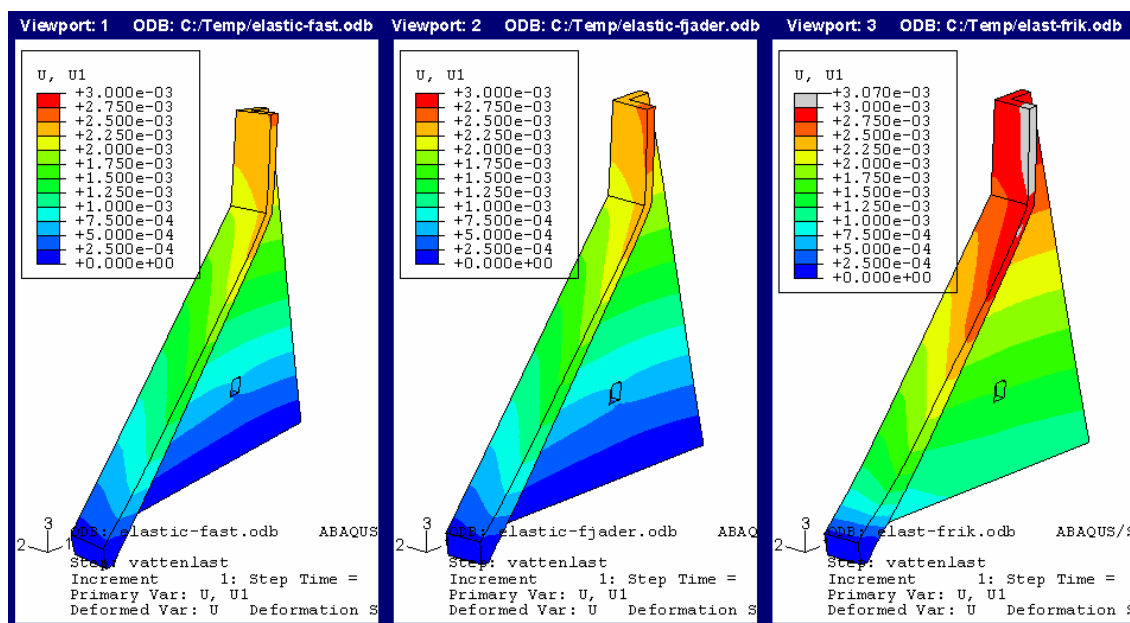
Tre olika randvillkor mot berget analyseras:

1. Modell 1 "Fast", monolitens botten fastlåst i alla frihetsgrader
2. Modell 2 "Fjäder", monolitens botten fastlåst i längsgående riktningen och "elastic foundation" i den vertikala riktningen.
3. Modell 3 "Friktion", monolitens botten är kopplad mot berget med hjälp av ett kontaktpar med friktionsfaktorn 0.8.

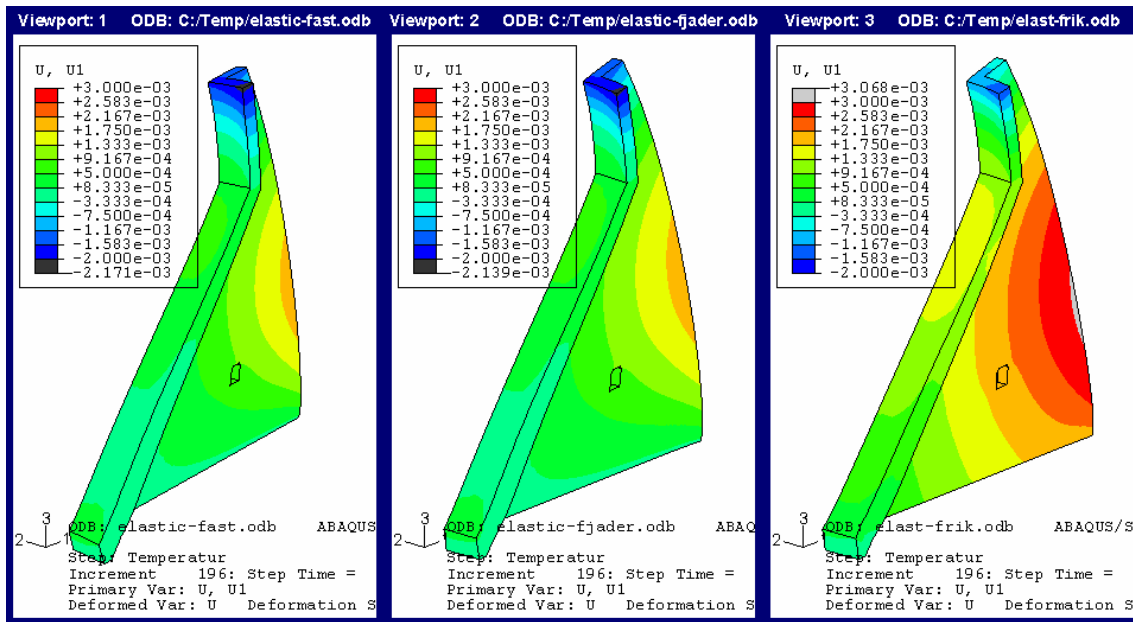
#### 8.7.5.2.1 Förskjutningar

Förskjutningar i riktning 1 (längs med stödskivan) och 3 (vertikalt) redovisas för monoliten med olika randvillkor mot berget. Figurerna nedan är indelade i ordningen från vänster till höger, "Fast", "Fjäder" och slutligen "Friktion". De vertikala förskjutningarna är relativt lika för alla olika randvillkor men för horisontella finns vissa skillnader. I Figur 8.46 till Figur 8.48 ser man att nedströmssidan av stödskivan får ett annat förskjutningsmönster för modellen med friktion mot berget än de andra två. Hela undersidan på monoliten får en möjlighet att translatera där den fasta punkten blir den nedgjutna klacken i frontskivans.

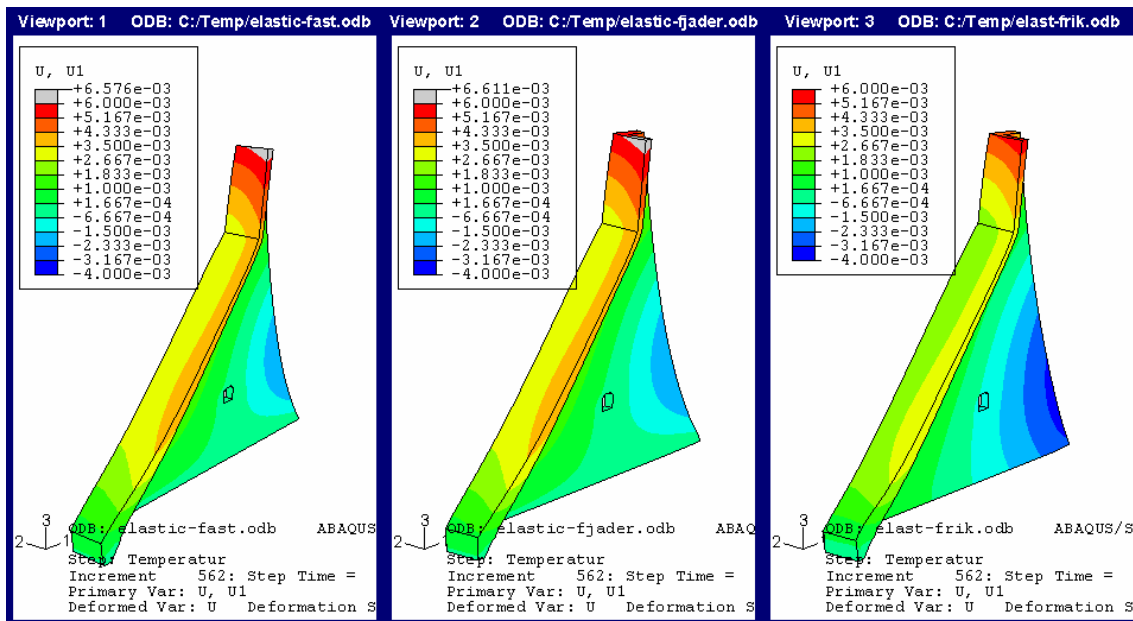
I graferna där dragspänningarna plottas mot tiden är tidsskalan följande:



Figur 8.46 Förskjutningar i riktning 1 för endast egentvngd och vattenlast (m)

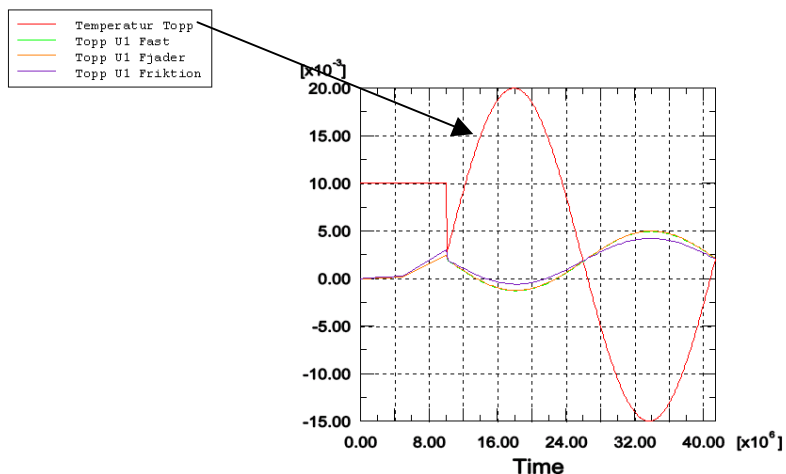


Figur 8.47 Förskjutningar i riktning 1 för egettyngd, vattenlast och sommarterperatur (m)

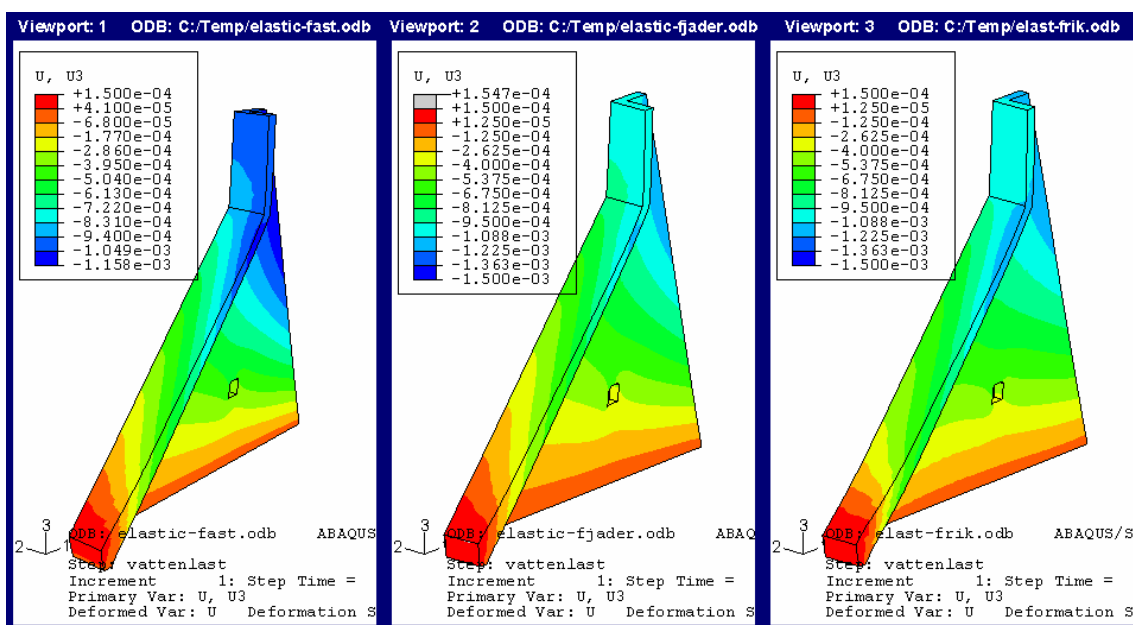


Figur 8.48 Förskjutningar i riktning 1 för egettyngd, vattenlast och vintertemperatur (m)

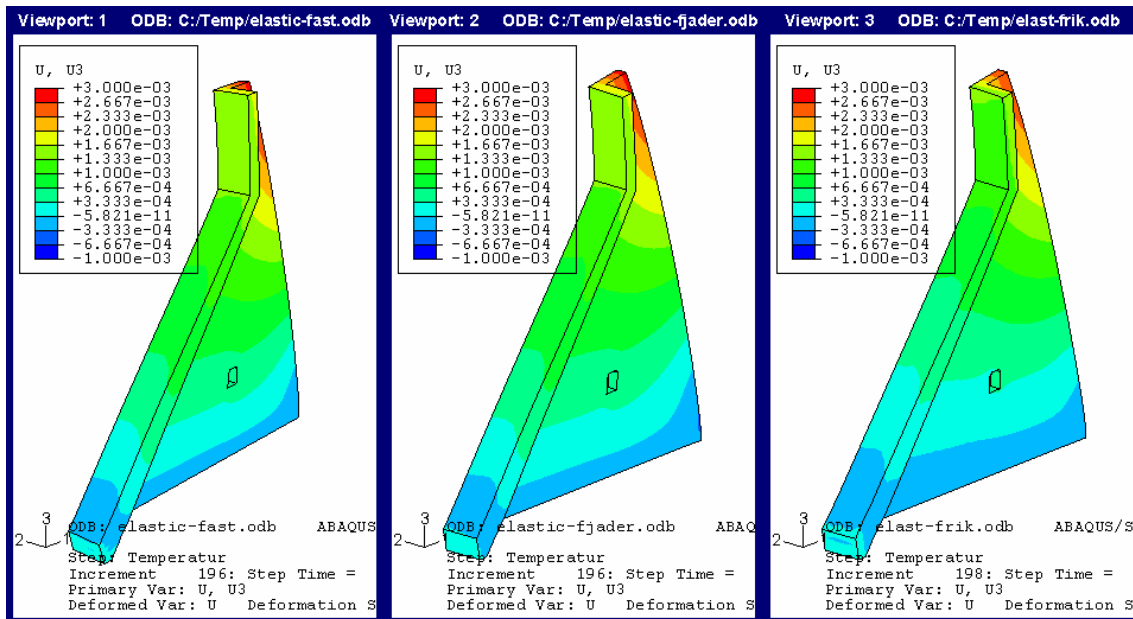
Den horisontella förskjutningen för dammkrönet på grund temperaturvariationer varierar ca. 6 mm för en årscykel.



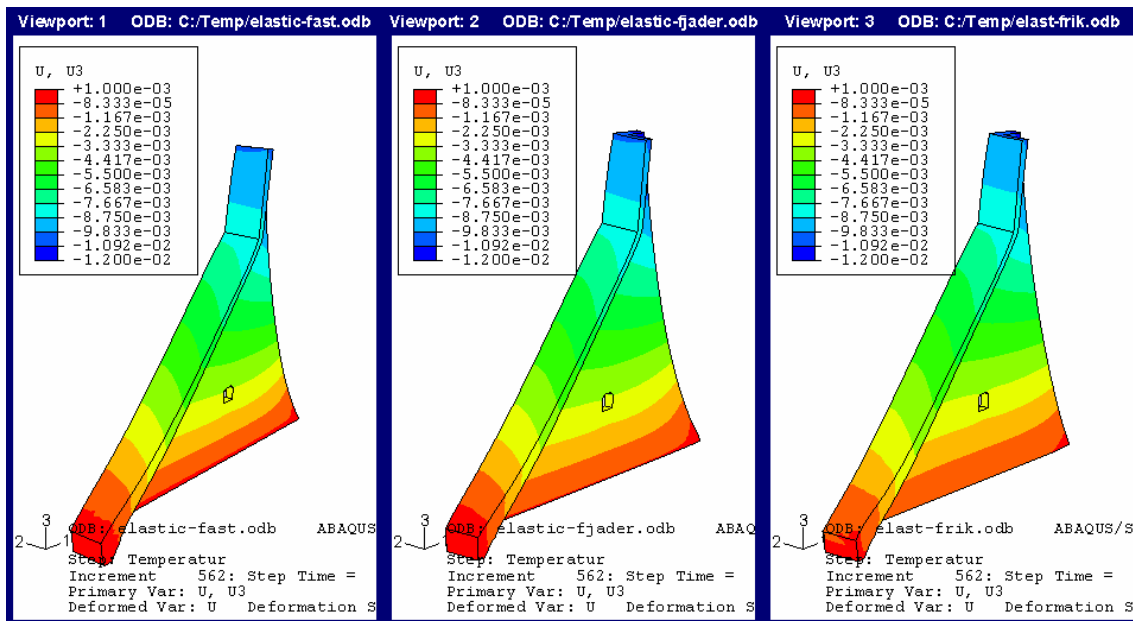
Figur 8.49 Förskjutningar i riktning 1 för punkten ”topp” på dammkrönet, se Figur 8.57 (m)



Figur 8.50 Förskjutningar i riktning 3 för endast egentynngd och vattenlast (m)

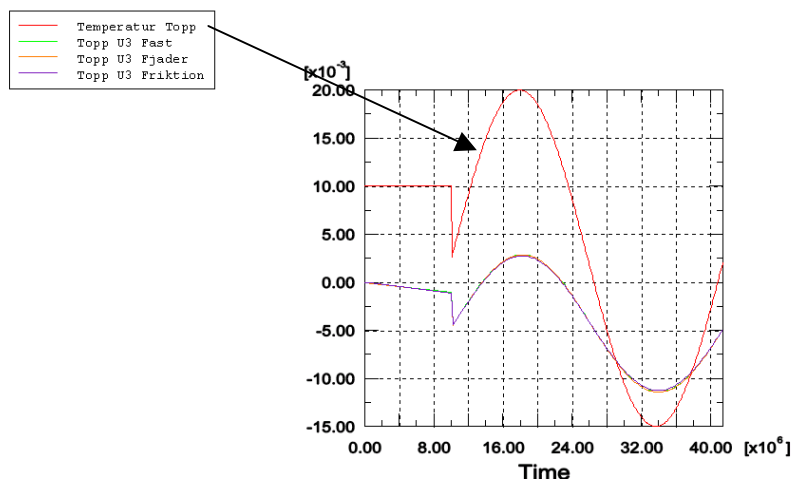


Figur 8.51 Förskjutningar i riktning 3 för egentyngd, vattenlast och sommarterperatur (m)



Figur 8.52 Förskjutningar i riktning 3 för egentyngd, vattenlast och vintertemperatur (m)

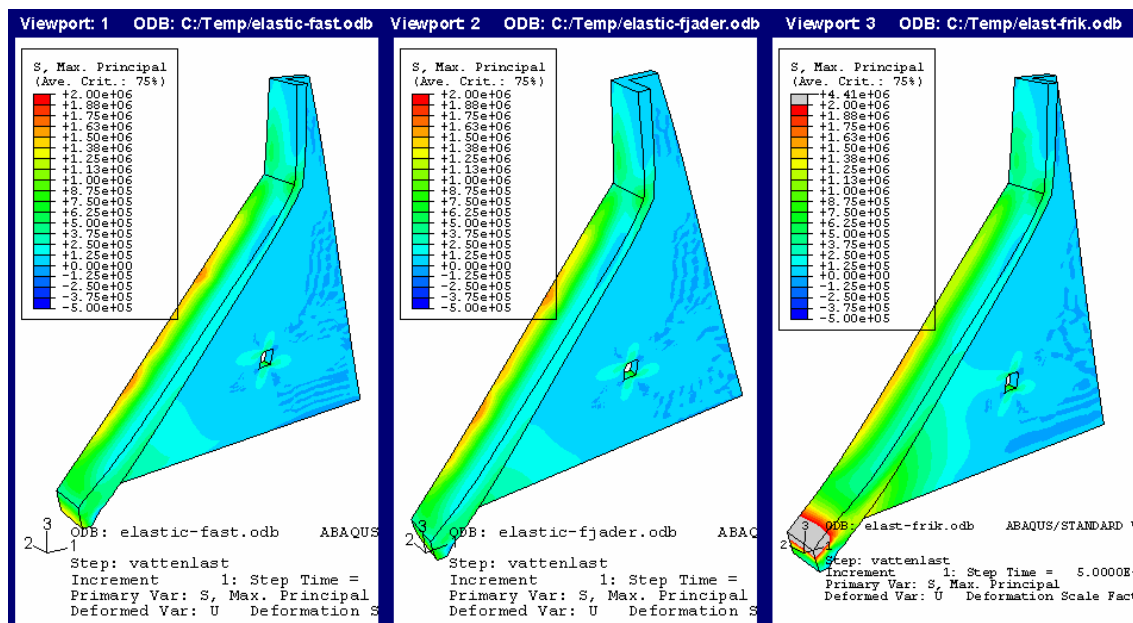
Den vertikala förskjutningen för dammkrönet på grund temperaturvariationer varierar ca. 15 mm för en årscykel.



Figur 8.53 Förskjutningar i riktning 3 för punkten "topp" på dammkrönet, se Figur 8.57 (m)

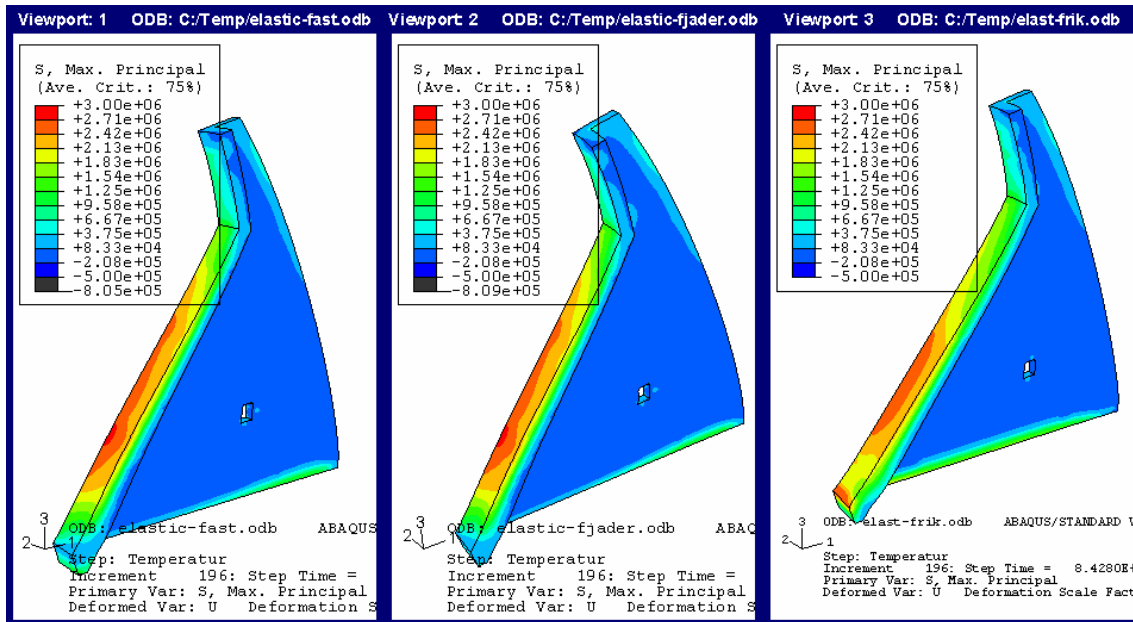
### 8.7.5.2.2 Dragspänningar

De största dragspänningarna för belastning av egentygnd och vattenlast uppstår i fronstskivan, se Figur 8.54. För modellen med friktion mot berget får man stora dragspänningar i fronstskivans nedre del på grund av att klacken förhindrar rörelser.



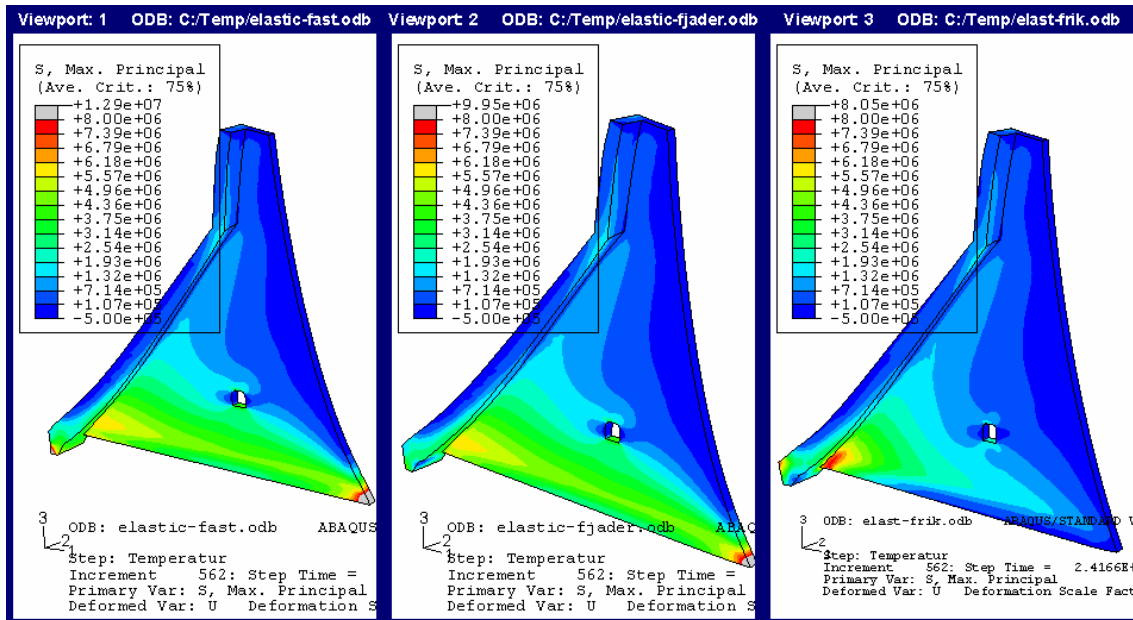
Figur 8.54 Dragspänningar i monoliten för endast egentygnd och vattenlast (Pa)

När man även beaktar temperaturgradienten för sommaren ökar dragspänningarna ytterligare i fronstskivan, se Figur 8.55. Zonen är mer koncentrerad mot nederdelen för modellen med friktion mot berget.



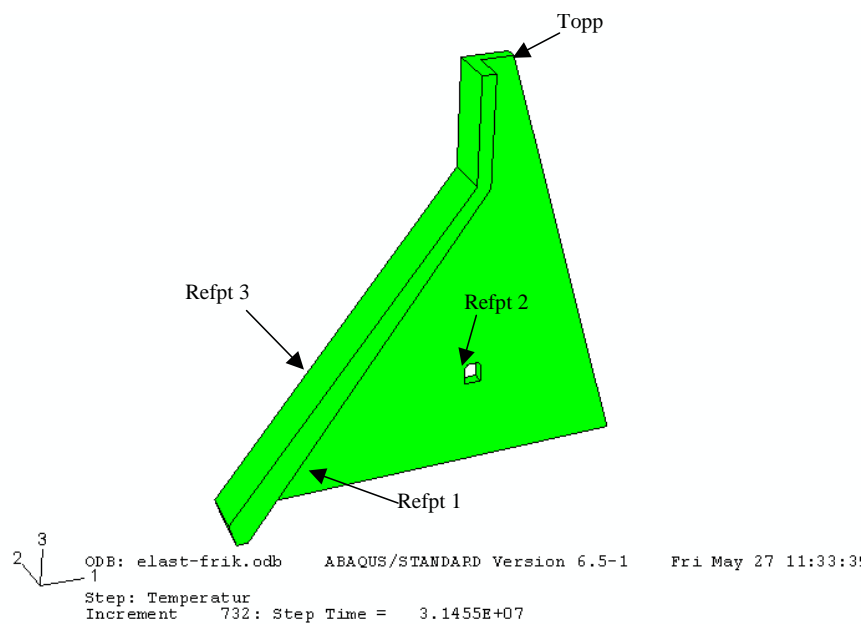
Figur 8.55 Dragspänningar i monoliten för egentygnd, vattenlast och sommartemperatur (Pa)

När man även beaktar temperaturgradienten för vintern får man de största dragspänningarna i stödskevans nedre del mot berget och även en förhöjning i området runt inspektionsgången, se Figur 8.55. Zonen är mer koncentrerad mot främre delen av frontskivan

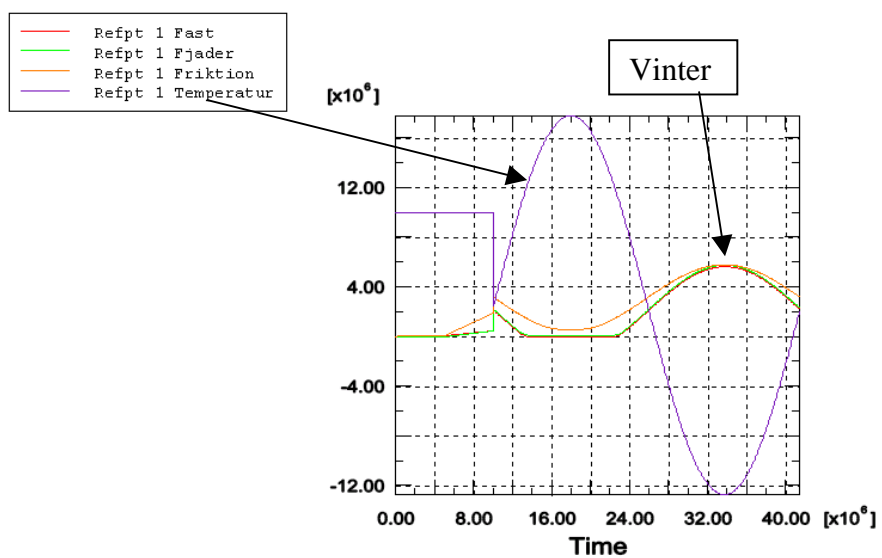


Figur 8.56 Dragspänningar i monoliten för egentygnd, vattenlast och vintertemperatur (Pa)

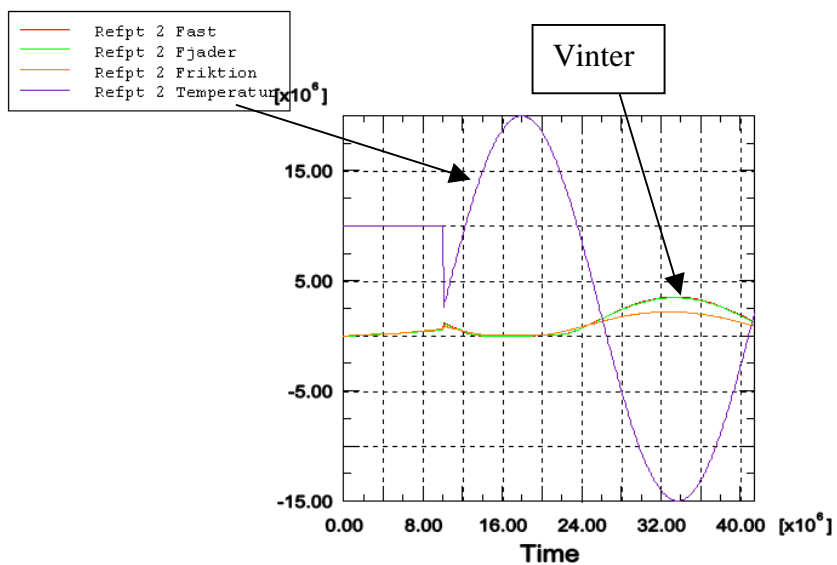




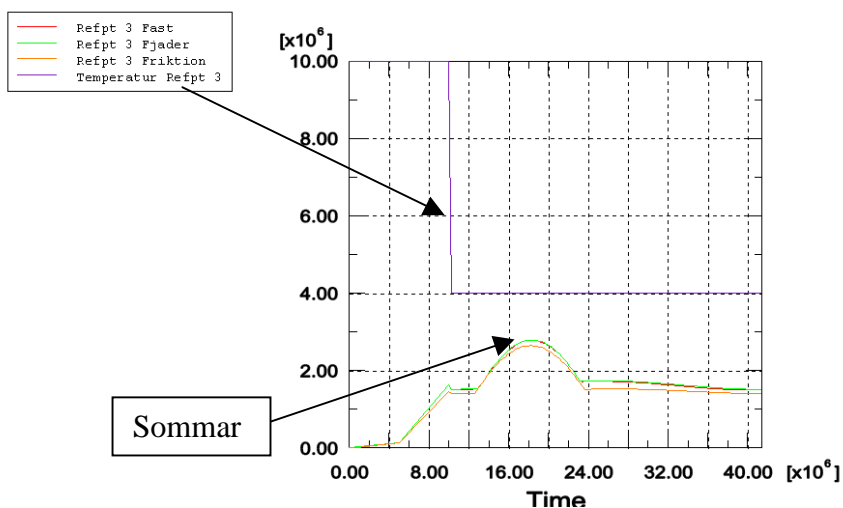
Figur 8.57 Referenspunkter där dragspänningarna är redovisade mot en årscykel



Figur 8.58 Dragspänningar i referenspunkt 1 under en årscykel



Figur 8.59 Dragspänningar i referenspunkt 2 under en årscykel

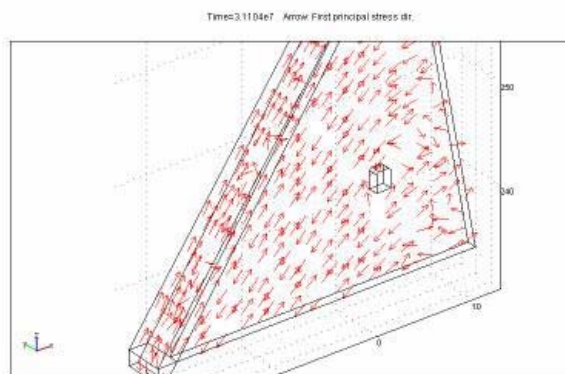


Figur 8.60 Dragspänningar i referenspunkt 3 under en årscykel

### 8.8 Fall 3): Bruksstadiet: Linjärelastisk beräkning nr 2 för fallet ”efter ca 50 år”.

I detta fall har magasinet varit fyllt ett antal år. Frontplattorna antas vara vattenmättade så att ett porvattentryck med Darcy's lag kan användas. Säsongsmissiga variationer i omgivningens temperatur antas. Islast medräknas. Ekvationerna (5.3) - (5.4) används. Skillnaden mot Fall 2) är att porvattentryck istället för externt vattentryck används och att krympning och krypning medtas. I Fall 2) ansattes vattentrycket som ett externt vattentryck mot uppströmssidan av frontplattan. I detta fall ansätts vattentrycket istället som ett porvattentryck enligt ekvation (5.3). Porvattentrycket vill dra isär materialet.

Figur 8.61 visar riktningen på huvuddragspänningarna. Riktningen är vinkelrätt mot de observerade sprickorna, d.v.s. spänningarna är ”farliga” för sprickbildning. Spänningarna  $\sigma_j$  på grund av enbart vattentryck ökade ca 15% när vattentrycket applicerades som ett porvattentryck istället för ett externt vattentryck som i avsnitt 8.6.

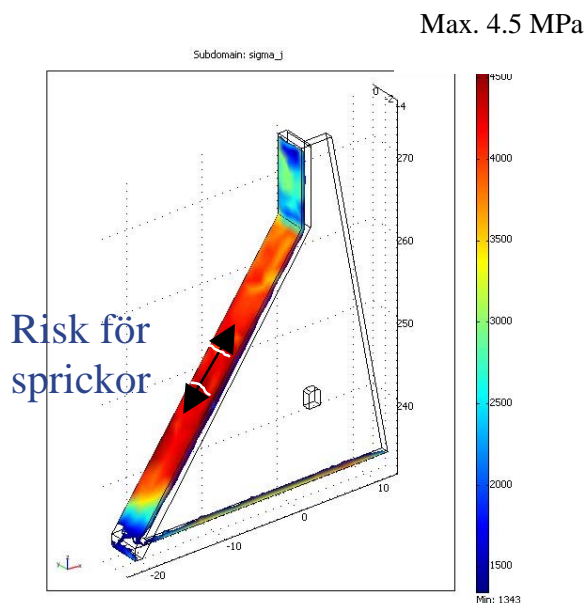


**Figur 8.61 Riktning hos huvuddragspänningar orsakat av vattentryck enbart.**

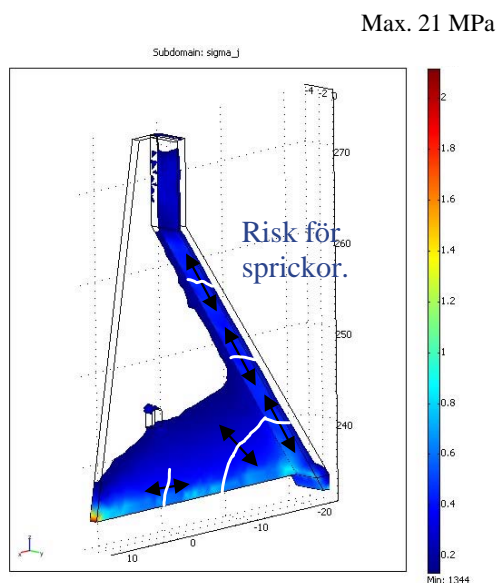
Den initiella temperaturen hos betongen sätts till 10°C. När sommaren kommer värms dammen upp och spänningar uppstår när betongen hålls emot av andra delar som inte värms upp. Omvänt, under vintern kyls betongen ned och spänningar uppstår när den hålls emot av andra delar som inte kyls ned. I detta fall används en likadan värmeberäkningsekvation, samma parametervärden och randvillkor som i Fall 2). Figur 8.62 och Figur 8.63 visar Drucker-Prager spänningar vid sommar- respektive vinterlastfallet. Endast spänningar överstigande den antagna flytgränsen  $K = 1344$  kPa. I båda fallen finns det stor risk för sprickbildning, fast i lite olika delar. Under sommaren expanderar hela monoliten förutom uppströmssidan som kyls av vattnet. Här är det risk för dragsprickor i uppströmssidan av frontplattan, liknande de som finns i verkligheten.

Under vintern krymper hela monoliten förutom uppströmssidan som värms av vattnet. Nu finns det risk för dragsprickor i nedströmssidan av frontplattan och i dammpelarens anslutning mot berget.

Naturligtvis kan inte så stora spänningar  $\sigma_j$  som figurerna visar existera utan att betongen spricker på något sätt och armeringen övertar last.

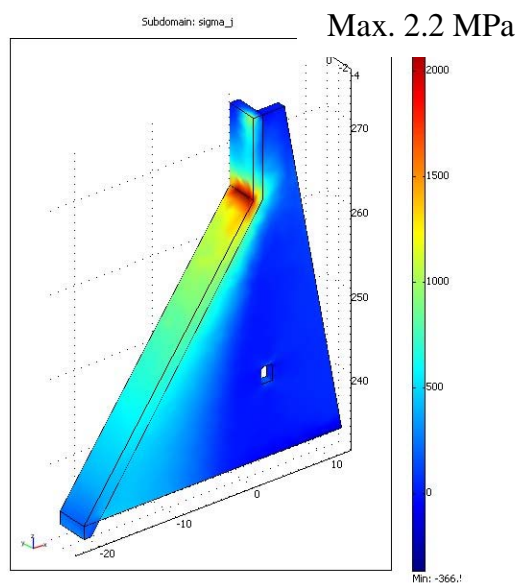


**Figur 8.62** Drucker-Prager spänningen  $\sigma_j$  orsakat av egentyngd, porvattentryck och sommartemperaturer.



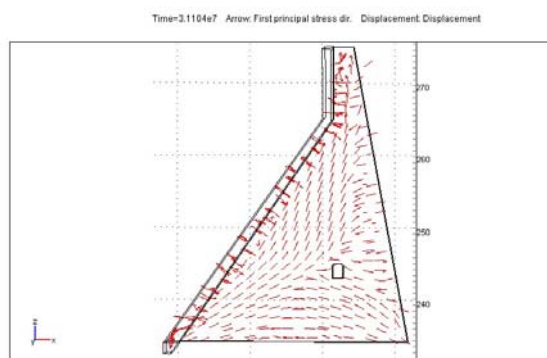
**Figur 8.63** Drucker-Prager spänningen  $\sigma_j$  orsakat av egentyngd, porvattentryck och vintertemperaturer.

Spänningarna orsakat av istrycket är lokaliserat till en nivå vid vattenytan, se Figur 8.64, där Drucker-Prager spänningen överstiger flytgränsen  $K$ . Sprickor kan alltså bildas här. Längre ner i monoliten avtar verkan relativt snabbt av islasten.



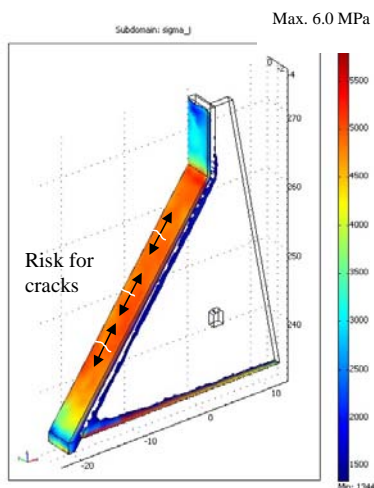
**Figur 8.64** Drucker-Prager spänningen  $\sigma_1$  orsakat av istryck enbart.

Med tiden torkar monoliten ut så att en balans med omgivningen infinner sig. Delar som torkar kommer att krympa. På grund av att monoliten är fast inspänd till undergrunden och att krympningen inte är jämt fördelad, kommer spänningar att uppstå i betongen. Figur 8.65 visar att riktningen på huvuddragsspänningarna orsakat av krympning är densamma som vid avkylning under vintern och för all del även som vid porvattentryck. Spänningarna samverkar alltså och sprickrisken ökar. Krympning har här ansatts som en initiell töjning enligt ekvation (5.2) och Figur 8.3. Krympningen i dammpelaren är större än i frontplattan ty dammpelaren ligger i en något torrare miljö och kan torka ut mera.

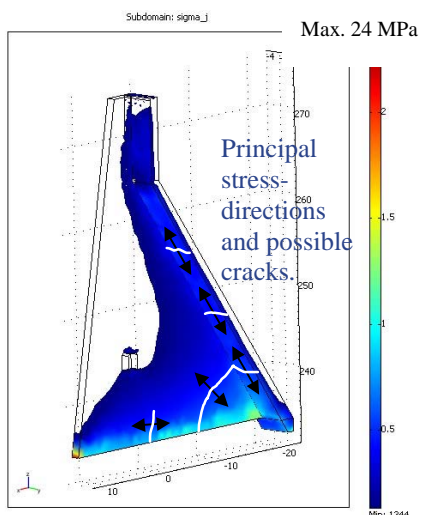


**Figur 8.65** Riktning på huvuddragsspänningar orsakat av krympning enbart.

Figur 8.66 och Figur 8.67 visar totala Drucker-Prager spänningar i lastkombinationen. Som redan sagts ovan finns det uppenbar risk för sprickbildning i frontplattans uppströmssida under sommaren samt i frontplattans nedströmssida och i delar av dammpelaren belägen mot undergrunden under vintern.

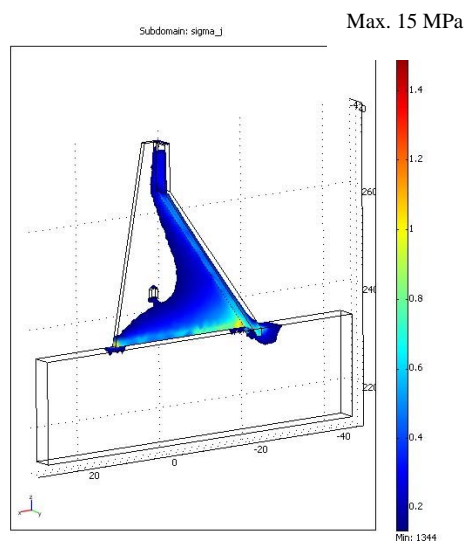


Figur 8.66 Total Drucker-Prager spänning  $\sigma_f$  i lastkombinationen, orsakat av egentyngd, porvattentryck, sommartemperatur, istryck och krympning.



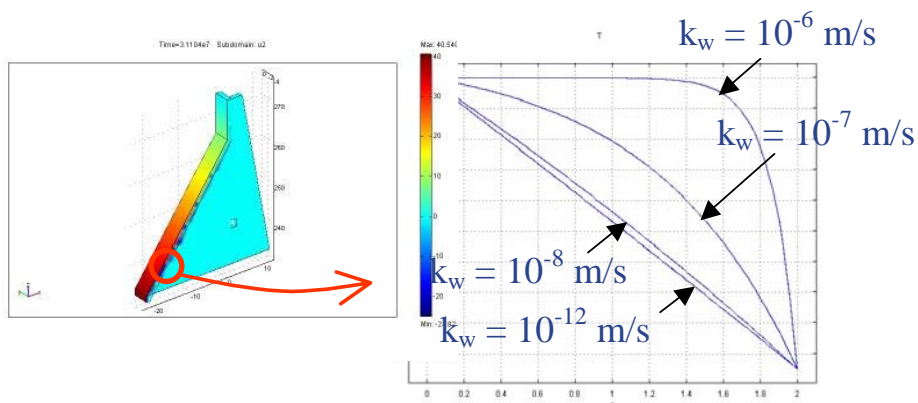
Figur 8.67 Total Drucker-Prager spänning  $\sigma_f$  i lastkombinationen, orsakat av egentyngd, porvattentryck, vintertemperatur, istryck och krympning.

Naturligtvis inverkar undergrundens ”vekhet” på spänningarna i dammpelarens nedre del, vilket även beräkningarna i Fall 2) visade. Figur 8.68 visar att den maximala spänningen under vintern sjunker från ca 24 till 15 MPa.



Figur 8.68 Total Drucker-Prager spänning  $\sigma_J$  i lastkombinationen, orsakat av egentygnd, porvattentryck, vintertemperatur, istryck och krympning, men inklusive undergrunden (berget).

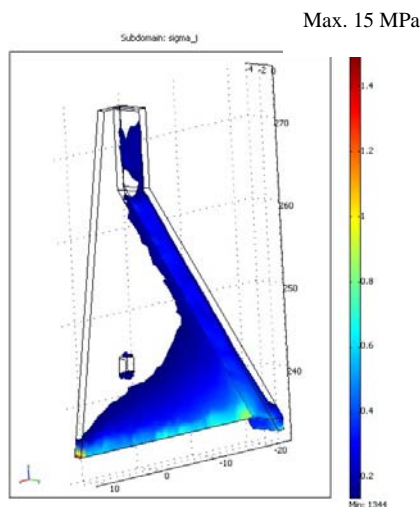
Ovan har endast det konduktiva temperaturflödet från magasinsvattnet räknats med. Teoretiskt finns även ett konvektivt flöde, d.v.s. vattnet för med sig värme när det strömmar igenom betongen. Figur 8.69 visar att endast vid en mycket hög vattenpermeabilitet,  $>10^{-7}$  m/s, hos frontplattan inverkar den konvektiva värmefflödet något. Troligen ligger permeabiliteten inte över  $10^{-10}$  m/s och därmed är troligen inte den konvektiva delen viktig i sammanhanget.



Figur 8.69 Temperaturen i frontplattan vid ett vattendjup på 30 m vid olika antagna värden på vattenpermeabilitetskoefficienten. Frontplattan antas vara 2 m tjock i detta snitt.  $x = 0$ : uppströmssidan av frontplattan,  $x = 2$ : nedströmssidan av frontplattan.

Med tiden, där spänningarna överstiger ett visst belopp, kommer betongen att krypa och mjukna. Krypning i betong beror mest på transport av porvatten från platser med hög spänning till andra områden, men det beror också på mikrosprickor. Krypning förenklas här genom att E-modulen sätts lägre enligt ekvation (8.4). Med en lägre E-modul omlagras spänningar i betongen, från delar med höga spänningar till delar med lägre

spänning. Detta kan ses i Figur 8.70 som visar att den maximala spänningen har sjunkit från 24 MPa (Figur 8.67) till 15 MPa.



Figur 8.70 Total Drucker-Prager spänning  $\sigma_j$  i lastkombinationen, orsakat av egentyngd, porvattentryck, vintertemperatur, istryck och krympning, efter det att krympning ägt rum.

### 8.9 Spänningsberäkning 1 med icke-linjär materialmodell

Betongkonstruktioner har ett starkt icke-linjärt mekaniskt beteende. Därför är icke-linjär finit elementmetod (FEM) ett lämpligt verktyg för analyser. Det är ett kraftfullt verktyg för analyser av konstruktioner med godtyckliga geometrier och armeringsutformningar, och kan ge resultat om sprickvidder, sprickmönster, brottmekanismer och segheten hos konstruktionen. Utanför forskningen är användningen av icke-linjär FEM för betongkonstruktioner mycket begränsad. Det beror förmodligen främst på att brott i betong är en komplex process, och att det därför krävs relativt komplexa materialmodeller. Brottprocessen i betong åtföljs i många lastfall av lokalisering av deformationer, till exempel sprickor i drag och korsade zoner i tryck. Dessutom är betongens respons extremt känslig för fleraxiella spänningstillstånd. Bärförmågan för omsluten betong, till exempel, kan vara flera gånger större än för enaxiellt tryck. För att kunna modellera detta behövs avancerade konstitutiva samband mellan spänning och töjning.

I de tidigare analyserna med den linjärelastiska materialmodellen för betong, överskrider dragspänningarna den antagna betongens draghållfasthet i flera områden.

#### 8.9.1 Förutsättningar

Enbart yttre laster från hydrostatiskt tryck mot frontplattan och egentyngd beaktas. De enda inre lasterna som beaktas är från temperaturvariationer för den största temperturgradienten genom konstruktionen under både sommar och vinter. Krympning, krypning och porvattentryck beaktas inte.



Betongens initialtemperatur innan temperaturvariationen läses in har stor betydelse för de mekaniska spänningarna i konstruktionen. Om inget annat anges så förutsätts initialtemperaturen i konstruktionen före belastning vara  $+10^{\circ}\text{C}$ .

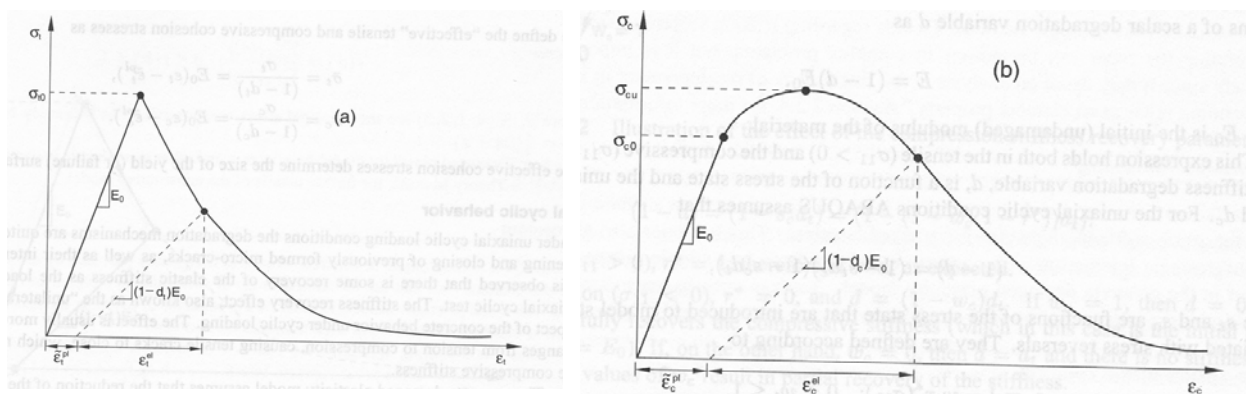
### 8.9.1.1 Materialparametrar

En icke-linjär materialmodell "Concrete damaged plasticity" för betongen appliceras i analysen. "Concrete damaged plasticity" modellen i Abaqus är baserad på antagandet av skalär isotropisk skada och är framtagen för applikationer där betongen är utsatt för godtyckliga belastningsförhållanden, inkluderat cyklisk belastning. Materialmodellen tar hänsyn till nedsättning av den elastiska styvheten genom plastisk töjning, för både drag- och tryckbelastning. Den beaktar även återvinning av styvheten vid cyklisk belastning.

"Concrete damaged plasticity" materialmodellen karakteriseras av:

- en allmän möjlighet att modellera betong och andra kvasispröda material i alla typer av strukturer (balkar, stänger, skal och solider).
- använder ett begrepp med isotropisk skadeelasticitet i kombination med isotropisk drag- och tryckplasticitet för att representera det oelastiska beteendet för betong.
- kan användas för ren betong, fastän den först och främst är avsedd för analyser av armerade betongstrukturer.
- framtagen för applikationer där betongen är utsatt för singel, cyklisk och/eller dynamisk belastning begränsat till låga tryck.

Materialmodellen är en kontinuum plastisk skademodell för betong. Den förutsätter att de två huvudbrottmekanismerna är draguppsprickning och tryckkrossning av betongmaterialet. Utvecklingen av flytytan (brottytan) kontrolleras av två härdningsvariabler  $\varepsilon_t^{pl}$  och  $\varepsilon_c^{pl}$ , kopplade till brottmekanismer under respektive drag- och tryckbelastning.  $\varepsilon_t^{pl}$  och  $\varepsilon_c^{pl}$  syftar på ekvivalenta plastiska drag- respektive trycktöjningar.



Figur 8.71 Respons för betong vid drag-(a) respektive tryckbelastning (b)

Tabell 8.4 Materialparametrar för betong K25

Parameter	Värde	Enhet
Elasticitetsmodul $E$	25	GPa
Densitet $\rho$	2300	(kg/m <sup>3</sup> )
Tvärkontraktion $\nu$	0.2	(-)
Dilatationsvinkel	38	°
Strömningspotential excentricitet	0.1	(-)
Kvot mellan biaxial och axial tryckflytspänning	1.16	(-)
Kvot för andra ordningens spänningsinvariant	0.67	(-)
Viskositetsparameter	0	(-)
Draghållfasthet	2	MPa
Tryckhållfasthet	28.5	MPa

Tabell 8.5 Materialparametrar för armering Ks 40

Parameter	Värde	Enhet
E-modul $E$	200	GPa
Tvärkontraktion $\nu$	0.3	(-)

Tabell 8.6 Materialparametrar för Berg

Parameter	Värde	Enhet
E-modul $E$	60	GPa
Tvärkontraktion $\nu$	0.2	(-)

## 8.9.2 FE-modell

### 8.9.2.1 Geometri

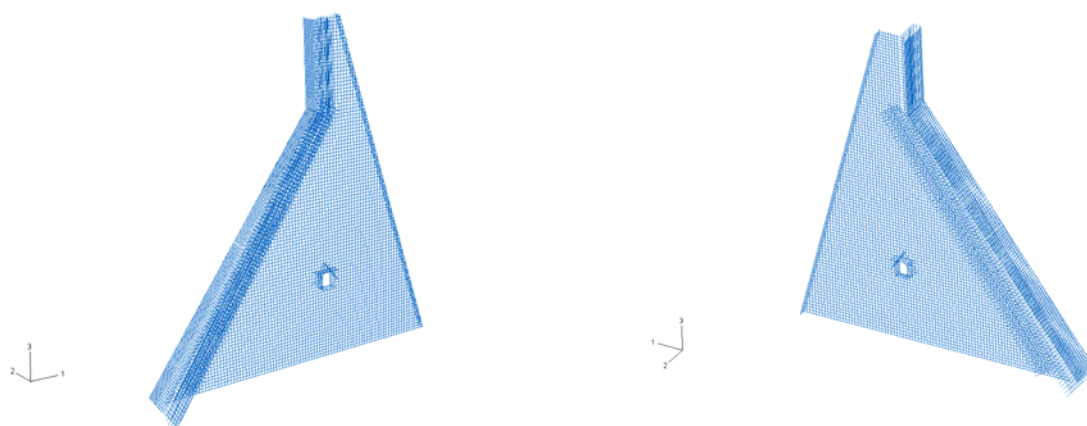
Geometrin är den samma som för den tidigare redovisade temperaturberäkningen och spänningsberäkningen med den linjärelastiska materialmodellen, se sektion 8.7.2.1.

### 8.9.2.2 Laster

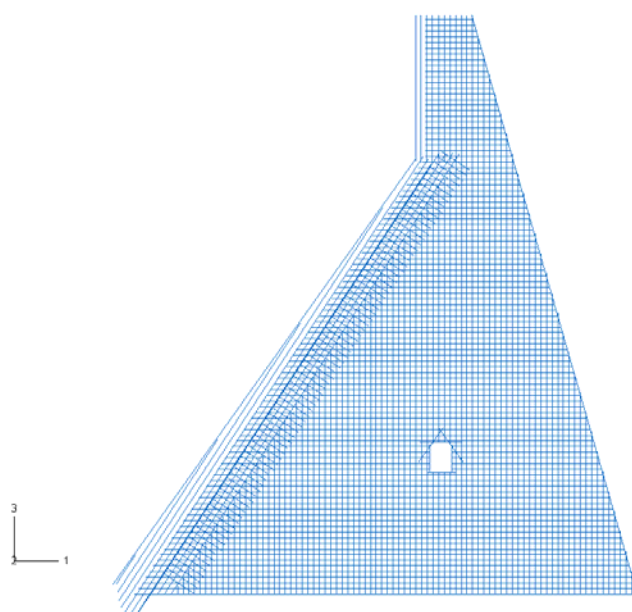
Lasterna är nästan de samma som den för tidigare spänningsberäkningen med den linjärelastiska materialmodellen, se sektion 8.7.4.3. Det som skiljer är att islasten försummas och att enbart de största temperaturgradienterna (sommar och vinter) införs för två olika fall.

### 8.9.2.3 Armering

Huvudarmeringen i monoliten är inlagd enligt Figur 8.72 och Figur 8.73. Armeringen varierar i diameter och centrumavstånd enligt nybyggnadsritningar.



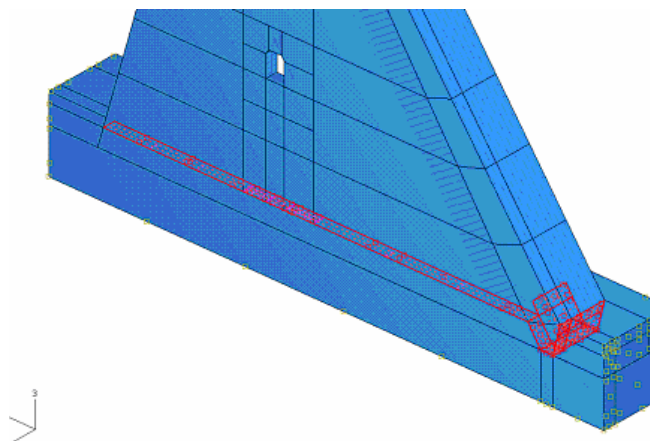
Figur 8.72 Inlagd armering i monoliten redovisad för två isoparametriska vyer



Figur 8.73 Inlagd armering i monoliten redovisad i vy från sidan

#### 8.9.2.4 Randvillkor

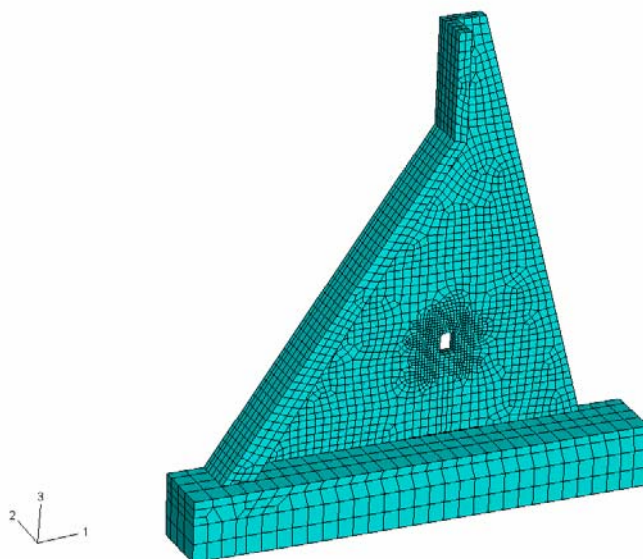
I beräkningsmodellen är interaktionen mellan monoliten och berget modellerad med ”tie constraints” dvs. alla frihetsgrader är kopplade mot berget. Den mindre bergdelen har ett elastiskt underlag med styvheten 60 GPa.



Figur 8.74 Randvillkor där hela undersidan på monoliten är kopplad mot berget i alla frihetsgrader

### 8.9.2.5 Beräkningsnät

Beräkningsnätet består av ca. 15000 element av första ordningen. Elementtypen är 8-nodiga kontinuumelement med Abaqus benämning C3D8R för betongen och T3D2 stångelement armeringen. Längden på elementens sidor är för monoliten i överlag ungefär 0.8 m med en förtätning mot inspektionsgången där sidorna är 0.2 m.



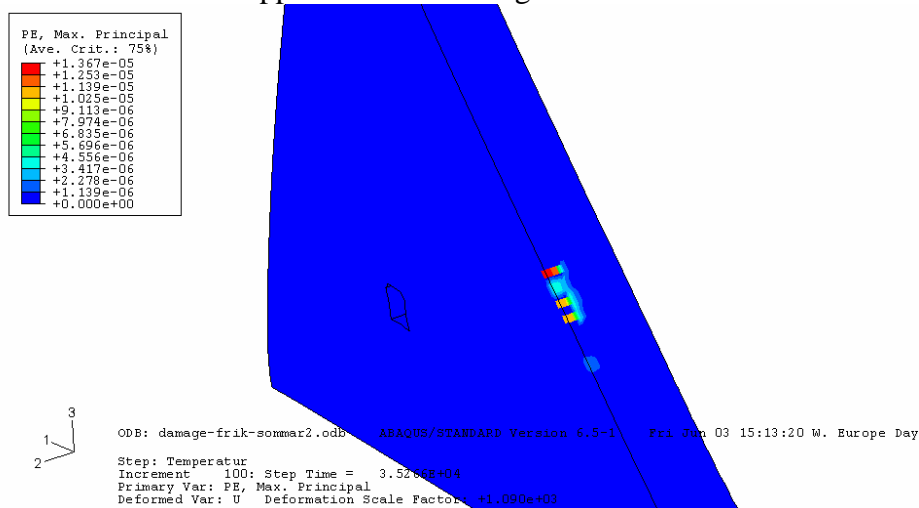
Figur 8.75 Beräkningsnät

### 8.9.3 Resultat

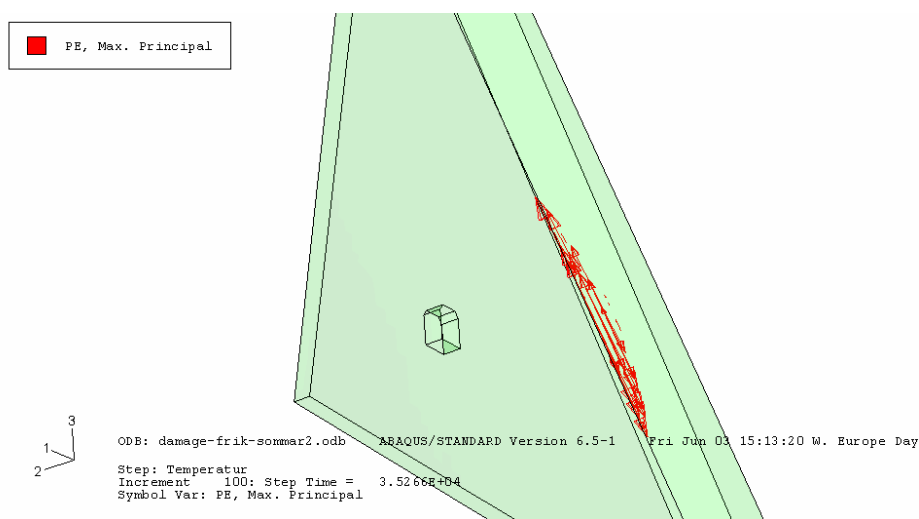
I båda fallen med antingen sommar- eller vintertemperaturgradienterna belastas först strukturen med egentygnd och vattenlast. I ett efterföljande beräkningssteg läses den tidigare beräknade temperaturdistributionen in för sommar respektive vinter.

### 8.9.3.1 Sommartemperaturgradient

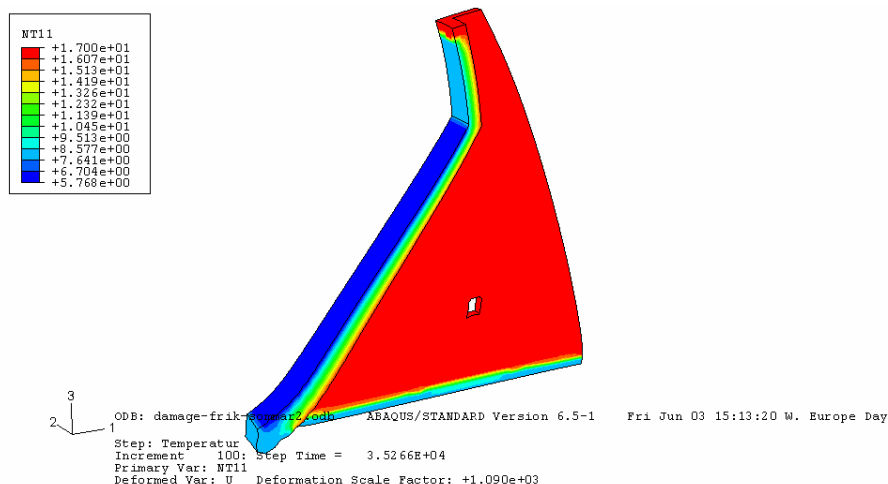
Inga tendenser till uppsprickning finns för enbart egentygng och vattenlast, men när den ojämna temperaturdistributionen appliceras uppstår platsiska dragtöjningar i frontplattan, se Figur 8.76. På grund av konvergensproblem vid ca 70% pålastning av temperaturgradienten finns ej resultat för hela den totala gradienten. Den temperaturdistribution som uppnås redovisas i Figur 8.78.



Figur 8.76 Konturplot över området där plastiska dragtöjningar finns, dvs. betongens draghållfasthet överskrids och sprickor uppstår



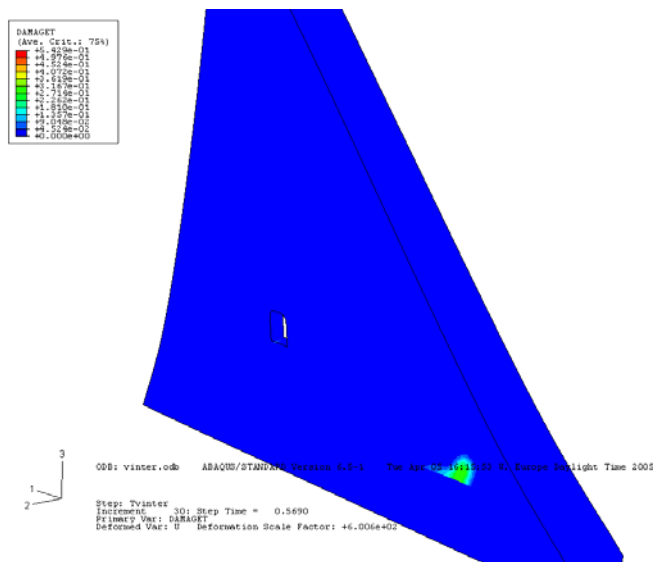
Figur 8.77 Vektorplot över området med plastiska dragtöjningar, sprickriktningen är vriden 90° mot vektorerna



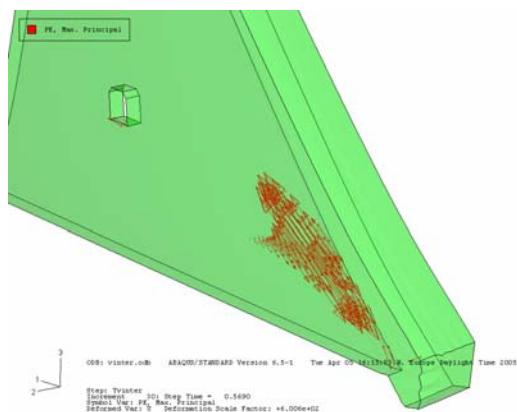
Figur 8.78 Temperaturdistribubtionen i monoliten då konvergensproblem uppstår

### 8.9.3.2 Vintertemperaturgradient

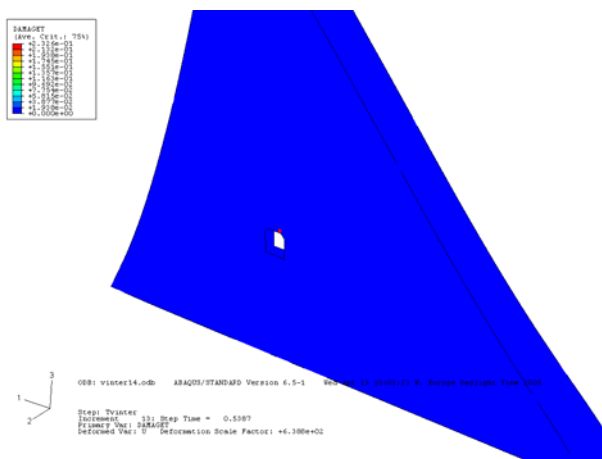
Inga tendenser till uppsprickning finns för enbart egentyngd och vattenlast, men när den ojämna temperaturdistributionen appliceras uppstår platsiska dragtöjningar i stödskevans nedre del bakom frontplattan och i områden kring inspektionsgången, se Figur 8.79 och Figur 8.81. På grund av konvergensproblem vid ca 57% pålastning av temperaturgradienten finns ej resultat för hela den totala gradienten. Den temperaturdistribution som uppnås redovisas i Figur 8.83.



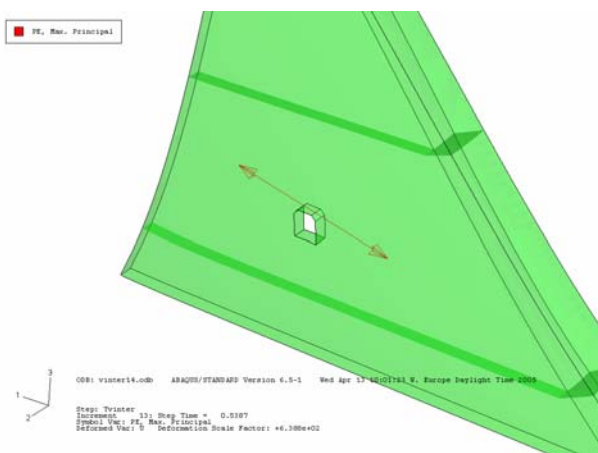
Figur 8.79 Konturplot över området där plastiska dragtöjningar finns, dvs. betongens draghållfasthet överskrids och sprickor uppstår



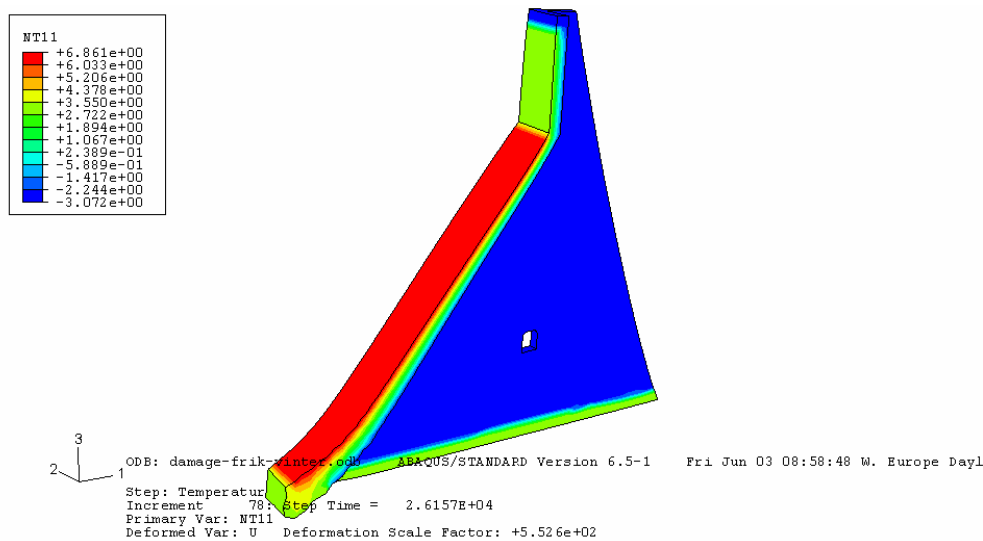
Figur 8.80 Vektorplot över området med plastiska dragtöjningar, sprickriktningen är vriden 90° mot vektorerna



Figur 8.81 Konturplot över området där plastiska dragtöjningar finns, dvs. betongens draghållfastet överskrids och sprickor uppstår



Figur 8.82 Vektorplot över området med plastiska dragtöjningar, sprickriktningen är vriden 90° mot vektorerna



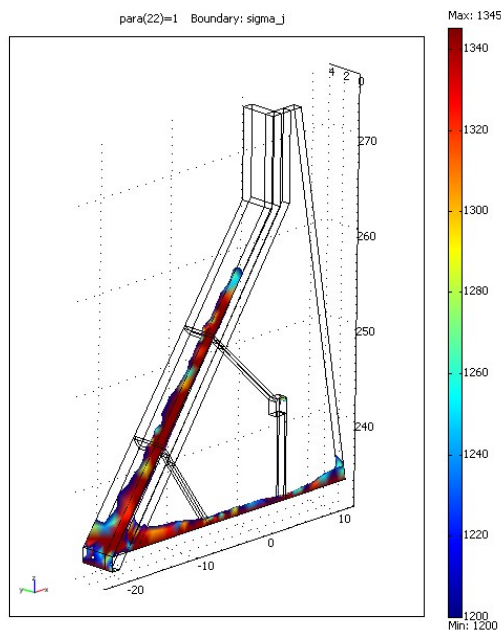
Figur 8.83 Temperaturdistributionen i monoliten då konvergensproblem uppstår

### 8.10 Fall 5): Bruksstadiet: Olinjärelastisk beräkning nr 2 för fallet ”efter ca 50 år”.

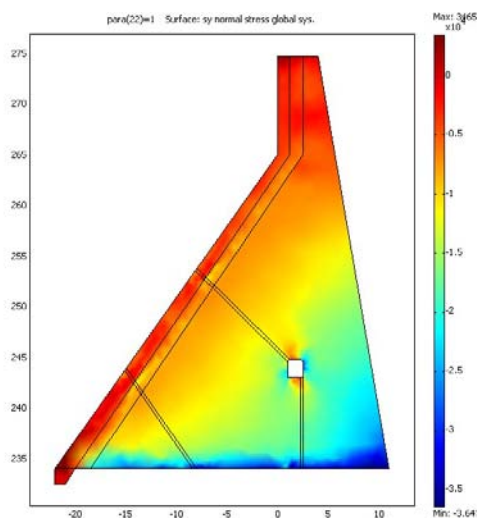
I detta fall antas att en perfekt plastisk flytning uppstår vid Drucker-Prager spänningar överstigande den antagna flytgränsen  $K$ , se ekvationer (5.7) - (5.10). Detta är en relativt grov förenkling, speciellt på dragsidan då en perfekt flytning troligen inte alls uppstår utan snarare en snabb nedgång i spänning (mjuknande) vid töjningar överstigande flytgränsen. Även styvheten hos betongdelen sjunker som nämns i avsnitt 5.6.4. Detta är dock svårt att med den aktuella FE-modellen att fånga in, det blir numeriska problem. Hur som helst, denna beräkning ger en indikation på omlagrings effekter när betongen mjuknar. Armering är inlagd som ett skikt med antagande om plan spänning. Armeringen flyter perfekt plastiskt vid von Mises spänningar överstigande  $f_{yd}$ . Figur 8.70 visar att en omlagring av spänningarna har skett till intilliggande betong och till armering (Figur 8.85). I det aktuella fallet finns det ganska litet armering som kan ta upp laster när betongen spricker. Som redan nämnts ovan så underskattas troligen spänningarna i armeringen något p.g.a. att dragen betong inte plasticeras utan snarare spricker itu.

En skillnad mellan denna beräkning och i Fall 4) är att här har beräkningen av när flytning uppstår modellerats med en explicit ekvation (5.7) och att även porvattentryck, istryck och krympning är medtaget. Flytning är dock här antagen som perfekt plasticitet.





Figur 8.84 Total Drucker-Prager spänning  $\sigma_j$  i lastkombinationen, orsakat av egentyngd, porvattentryck, vintertemperatur, istryck och krympning, efter det att krympning ägt rum. Spänningar endast överstigande flytgränsen  $K$  visas.



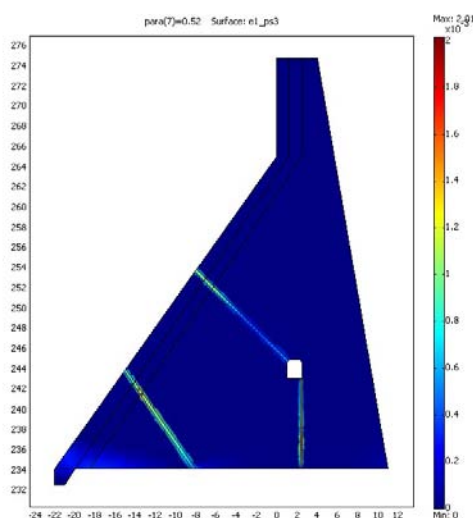
Figur 8.85 Spänningar i y-riktningen i armeringen, utsatt för samma laster som i Figur 8.84.

### 8.11 Fall 6): Brottstadiet: Olinjärelastisk beräkning

En beräkning för brottstadiet har även utförts med samma modell som i Fall 5). I denna antas två sprickområden med 100 ggr lägre E-modul än i övrig betong. Detta ska symbolisera att sprickområdet har spruckit upp och mjuknat. I fallet har också medtagits andra temperaturer än tidigare då en värmeisoleringsvägg har monterats lodrätt vid inspektionsgången, från bergnivå och upp till dammkrön.  $f_{ccd} = 11.9$  MPa,  $f_{ctd} = 0.9$  MPa.

Tyvärr gick det bara att lasta på till 54% på grund av numeriska konvergensproblem. Figur 8.86 visar att huvuddragtöjningen i armeringen vid en lastfaktor 0.54 är ca 0.002, vilket är mindre än brotttöjningen som för betong är ca 0.08.

Med  $\alpha = 0.29$  och  $K = 1650$  kPa gick det att räkna ända upp till en lastfaktor på 1.0. Övergången förbi ”knickpunkten” där materialet övergår från elastiskt till plastiskt är mjukare. Resultterande töjningen blev 0.0027.



Figur 8.86 Huvuddragtöjning i armeringen vid vinterfallet. Endast 54% av lasterna kunde appliceras innan numeriska konvergensproblem uppstod.

### 8.12 Fall 7): Bruksstadiet: Beräkning av urlakning i en spricka i frontväggen.

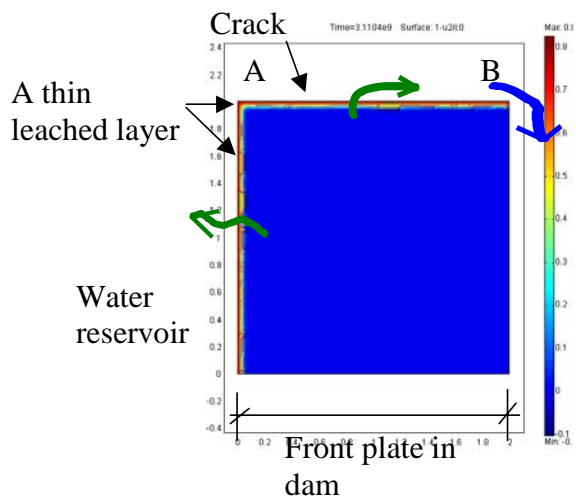
Syftet med denna beräkning var att uppskatta draghållfastheten i uppströmsdelen av frontplattorna för att kunna uppskatta risken för att den horisontala armeringen inte ska förlora sin vidhäftning till betongen. Modell enligt bilaga A och parameterval enligt Tabell 8.7. Endast kalciumjoner är medtagna i beräkningen. Vattenmättade förhållanden antas. En 1-dimensionell FE-modell används för urlakning av vatten i sprickan. När kalciumkoncentrationen minskar i sprickan tas kalk från porvattnet i frontplattan. Frontplattan modelleras med en 2-dimensionell FE-modell som inbegriper både porvattendelen som den solida delen. När porvattnet urlakas tas ny kalk från den solida delen.

Tabell 8.7 Parameterval i FE-analysen.

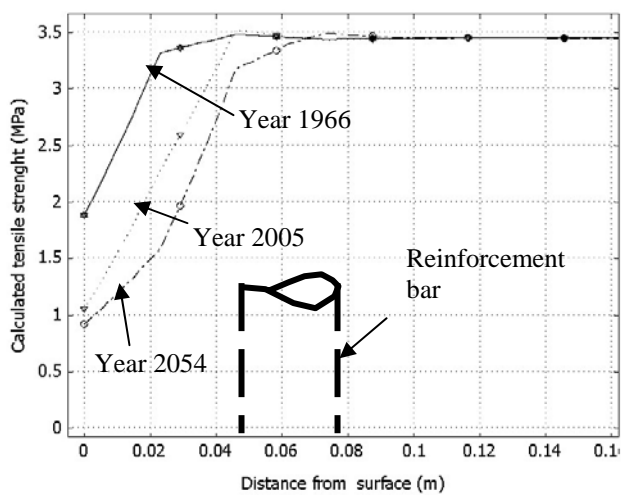
$C$	$\alpha$	$c_0$	$\rho_s$	$V_{air}$	$L$	$A_c$	$p_w$	$v_w$	$k_i$	$w$	$k$	$k_{is}$	$R_w$
kg/m <sup>3</sup>	(-)	mol/m <sup>3</sup>	kg/m <sup>3</sup>	m <sup>3</sup> /m <sup>3</sup>	m	m <sup>2</sup>	m	m/s	m <sup>2</sup> /s	m	mol/m <sup>3</sup>	m/s	-
340	0.9	3794	2350	0.01	2	1	33	10 <sup>-11</sup>	10 <sup>-9</sup>	10 <sup>-6</sup>	5·10 <sup>-7</sup>	3·10 <sup>-11</sup>	0.1

Figur 8.87 visar att urlakningen endast har trängt in ett mycket litet avstånd både i frontplattans uppströmsdel och i sprickans vägg. Detta överensstämmer väl med tidigare utförda mätningar av urlakningsgraden i sprickplan. Figur 8.88 visar att först ca 100 år

efter uppförandet av dammen (år 2054) när en försvagning av draghållfastheten in till armeringsjärnen på 50 mm:s djup.



Figur 8.87 Beräknad totalporositet  $P_c$  efter 100 år i frontplattan vid en spricka.

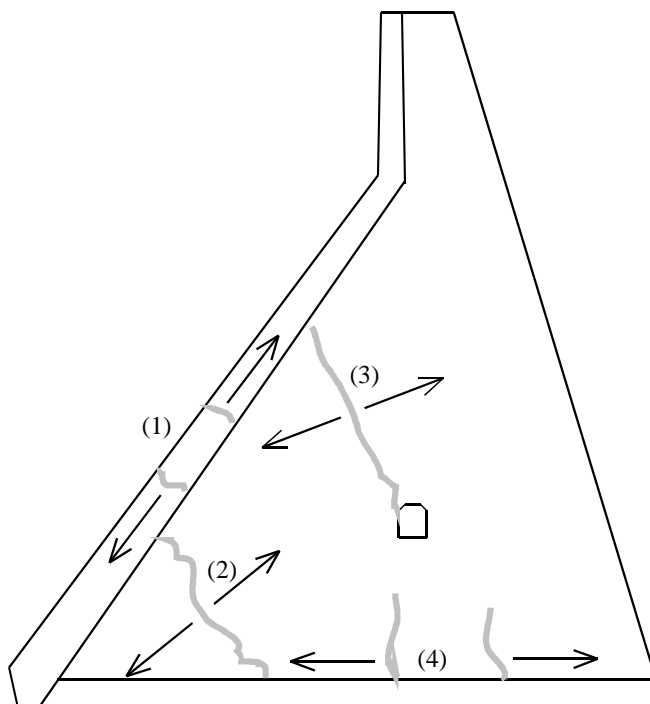


Figur 8.88 Beräknad draghållfasthet vid ytan av frontplattan mot magasinet.

## 9 Diskussion

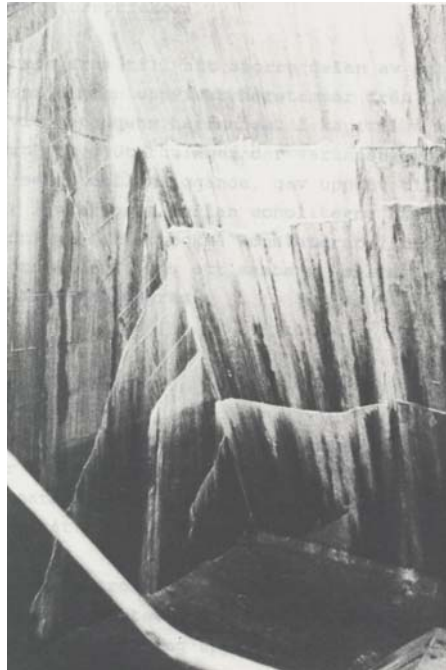
Denna studie visar att det finns tendenser till 4 typer av sprickbildningar. De 4 typerna framgår av Figur 9.1:

- Typ (1) är horisontella sprickor på monolitens frontplatta som orsakas av förhindrade temperaturrörelser under året. Under sommaren uppstår dragspänningar i uppströmskanten medan under vintern uppstår dragspänningar i nedströmsdelen av frontplattan.
- Typ (2) är diagonala sprickor på monolitens stöd som orsakas av förhindrade temperaturrörelser under kallperiod, vinter, samt av porvattentryckets verkningar och av krympning..
- Typ (3) är diagonala sprickor på monolitens stöd som orsakas av förhindrade temperaturrörelser under kallperiod, vinter, samt av porvattentryckets verkningar.
- Typ (4) är vertikala sprickor på monolitens stöd som orsakas av förhindrade temperaturrörelser under kallperiod, vinter, samt av krympning.

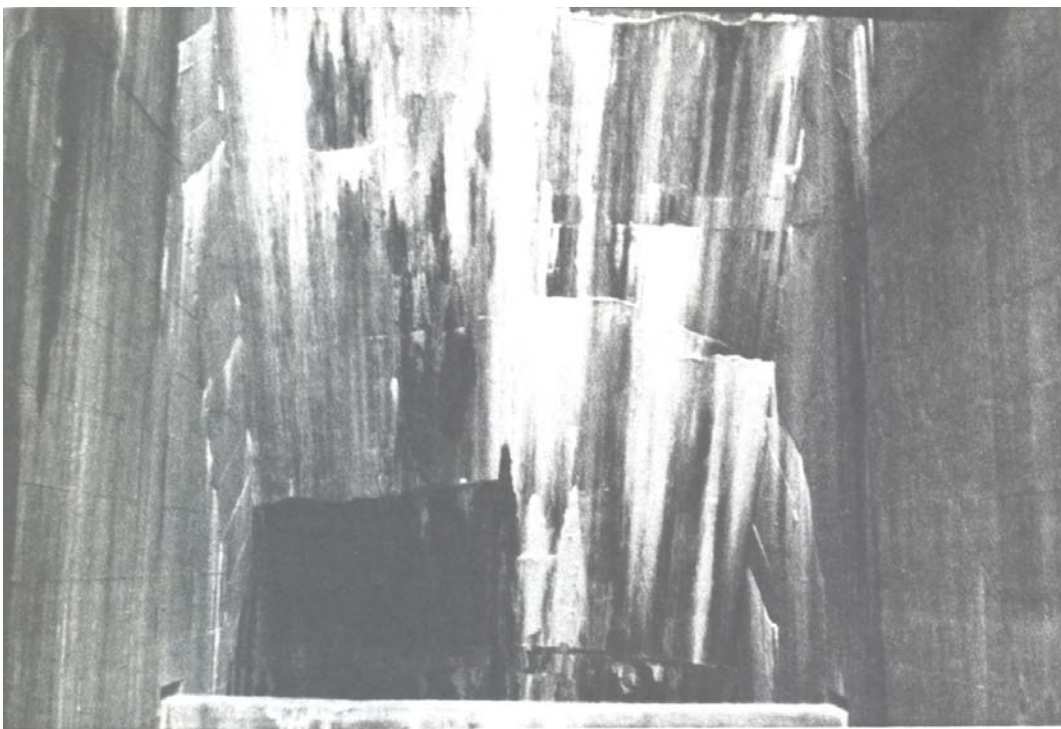


**Figur 9.1 Olika typer av teoretisk förespårda sprickor.**

Pilarna i figuren visar huvuddragspänningens riktning. Samtliga spricktyper som visas i figuren har konstaterats i verkligheten, se följande figurer.



**Figur 9.2** Horisontella sprickor på frontplattan och diagonala sprickor på stödet.



**Figur 9.3** Sprickor på en frontplatta mellan två stöd.



**Figur 9.4** Diagonal spricka på ett stöd.

Principiellt råder god överensstämmelse mellan beräkningar och verkligheten. Beräkningarna visar var sprickor kommer att uppstå och vilken riktning de kommer att ha. För att kunna följa spricktillväxten bör icke-linjära beräkningsmodeller tillämpas.

Det har inte varit möjligt att utföra fullständiga icke-linjära beräkningar. Den version av datorprogrammet som var i vårt förfogande konvergerade inte till den rätta lösningen.

Beräkningsmodeller är alltid beroende av de förutsättningar och antaganden som man gör. Vidare är de beroende av de parametrar och materialdata som ingår i modellerna. Det har inte varit möjligt att bestämma de materialdata som ingår i modellerna. Det har inte heller varit möjligt att verifiera antagandena. Trots detta kan beräkningsresultaten användas för att få en allmän uppfattning av konstruktionens beteende.

Beräkningsresultaten bör alltid kompletteras och verifieras med hjälp av mätningar. Det har dock inte varit möjligt att utföra några mätningar inom ramen för detta arbete.

## 10 Slutsatser

Det övergripande syftet med studien var:

- att visa att avancerad beräkningsteknik är tillämpbar på dammkonstruktioner,
- att visa att tillämpningen höjer kunskaperna om dammkonstruktioners beteende under belastning,
- att visa att beräkningstekniken underlättar analysen och upptäckten av skadeorsakerna samt
- att visa att beräkningstekniken underlättar tillståndsbedömning av konstruktionen.

Det specifika syftet med beräkningarna var att visa var och när sprickor orsakade av förhindrade termiska rörelser uppstår.

Resultatet visar att samtliga syften är uppnådda. Vidare gäller följande:

- Principiellt råder god överensstämmelse mellan beräkningar och verkligheten. Beräkningarna visar var sprickor kommer att uppstå och vilken riktning de kommer att anta. För att kunna följa spricktillväxten bör icke-linjära beräkningsmodeller tillämpas.
- Det har inte varit möjligt att utföra fullständiga icke-linjär beräkningar. Den version av datorprogrammet som var i vårt förfogande konvergerade inte till den rätta lösningen. Detta problem kan övervinnas genom anskaffning av en bättre utrustad version av programmet. Tillgången till en sådan version möjliggör för oss att utföra fullständiga icke-linjära beräkningar. I så fall får vi möjlighet att kombinera olika lastfall, olika rand och begynnelsevillkor samt olika materialegenskaper. Detta möjliggör utförandet av parameterstudier som är nödvändig för att kunna förstå dammkonstruktionens beteende.
- Beräkningsmodeller är alltid beroende av de förutsättningar och antaganden som man gör. Vidare är de beroende av de parametrar och materialdata som ingår i modellerna. Det har inte varit möjligt att bestämma de materialdata som ingår i modellerna. Det har inte heller varit möjligt att verifiera antagandena. Trots detta kan beräkningsresultaten användas för att få en allmän uppfattning av konstruktionens beteende.
- Beräkningsresultaten bör alltid kompletteras och verifieras med hjälp av mätningar. Det har inte varit möjligt att utföra några mätningar.

## 11 Referenser

- [1] Benham P.P., Crawford R.J. and Armstrong CG; "Mechanics of Engineering Materials", Addison Wesley Longman Limited, Essex England 1996.
- [2] Carlsson J., "Brottmekanik", Fingraf AB, Södertälje 1985.
- [3] Ingraffea A.R. and Saouma V., "Numerical modelling of discrete crack propagation in reinforced an plain concrete", in Fracture Mechanics of Concrete (eds G. C. Sih and A. Ditommaso), Martinus Nijhoff publisher 1985, pp. 171-225.
- [4] Erdogan F. and Sih G.C., "On the crack extension in plates under plane loading and transvers shear", Journal of basic Engineering 1963, 519-527.
- [5] Petersson P.E., "Crack growth and development of fracture zones in plain concrete and similar materials", Report TVBM-1006, Division of Building Materials, Lund Institute of Technology 1981, Lund, Sweden.
- [6] Fagerlund G., "Kompendium i Byggnadsmaterial FK", Avdelningen för Byggnadsmaterial, Lunds Tekniska Högskola, 2001.
- [7] Hassanzadeh M., "Behaviour of fracture process zones in concrete influenced by simultaneously applied normal and shear displacements", Report TVBM-1010, Division of Building Materials, Lund Institute of Technology 1992, Lund, Sweden.
- [8] Nooru-Mohamed M.B. and van Mier J.G.M., "Size effects in mixed-mode fracture of concrete", in Fracture processes in concrete, rock and ceramics (eds J.G.M. van Mier, J. G. Rots and A. Bakker), Proceedings of the International RILEM/ESIS Conference 1991, E & FN SPON, pp. 461-471.
- [9] König et. al
- [10] Dahlblom O., "Constitutive modelling and finite element analysis of concrete structures with regard to environmental influences", Report TVSM-1004, Division of Structural Mechanics, Lund Institute of Technology 1987, Lund, Sweden.
- [11] Rots J.G., "Computational modelling of concrete fracture", Delft University of Technology, Department of Civil Engineering 1988, Delft, The Netherlands.
- [12] Nilsson L-G. (1983), "Konstitutiva teorier", Handboken Bygg Allmänna grunder kap. A19, LiberFörlag, Stockholm.
- [13] Hillerborg A. (1994), "Deformationer under last", Betonghandboken Material, svensk Byggtjänst.
- [14] Zienkiewicz O.C., Taylor R.L. (1988), "The Finite Element Method", 4th Ed., Volume 2, McGraw-Hill Book company.
- [15] Drucker D.C., Prager W. (1952), „Soil mechanics and plastic analysis or limit design“, Q.J. Appl. Math., 10, 157-65.
- [16] Fagerlund G. (1999); "Krypning", kapitel 26 i kompendium i Byggnadsmaterial 2001, LTH, Lund.
- [17] Byfors J. (1980), "Betongens krypning", Betonghandboken Material 1980, svensk Byggtjänst.



- 
- [18] Byfors J. (1980), "Betongens krympning och svällning", Betonghandboken Material 1980, svensk Byggtjänst.
- [19] Petersons N. (1994), "Sprickor", Betonghandboken Material 1994, svensk Byggtjänst.
- [20] Möller G., Petersons N. (1994), "Hållfasthet", Betonghandboken Material 1994, svensk Byggtjänst.
- [21] Hillerborg A. (1996), "Materialbrott – Brottmekanik", kompendium i Byggnadsmaterial 1997, LTH, Lund.
- [22] Jirásek M., Basžant P. (2001), "Inelastic analysis of structures", Wiley.
- [23] Kupfer H. W., Gerstle K.H. (1973), "Behavior of concrete under biaxial stresses", Journal of the American Concrete Institute.
- [24] Lin F.-B., Basžant Z. P., Chern Jj. -C., Marchertas A. H. (1987), "Concrete model with normality and sequential identification", Computers and Structures 26.
- [25] Feenstra P.H., de Borst R. (1996), "A composite plasticity model for concrete", Internatioinal Journal of Solids and Structures 33.
- [26] Östlund L. (1983a), "Dimensioneringsförutsättningar", ur Betonghandbok Konstruktion, Svensk Byggtjänst, Stockholm.
- [27] Fagerlund G. (1979), "Kompendium i Byggnadsmaterial FK I", avd. för Byggnadsmaterial, LTH, Lund.
- [28] Ljungkrantz C., Möller G., Petersons N. (1994), "Specifika egenskaper", ur Betonghandbok Material, Svensk Byggtjänst, Stockholm.
- [29] Knutsson S. (1984), "Tjäle och frost", Handboken Bygg Geoteknik, LiberFörlag, Stockholm.
- [30] BKR Boverkets konstruktionsregler BFS 2003:6.
- [31] BRO 04 (2004), Bronormen, Vägverkets publikation VV 2004:56.
- [32] Ottosen N., Petersson H. (1992), "Introduction to the Finite Element Method", Prentice Hall.
- [33] Fagerlund G. (1994), "Struktur och strukturutveckling", Betonghandbok Material, Svensk Byggtjänst.



## Bilagor



## A FE-modelling of leaching

### A.1 General

Flow of water and leaching of calcium is calculated with coupled FE-models. Flow in homogenous concrete without cracks is here calculated using 1D-models and flow in cracks is calculated with 2D-models, see

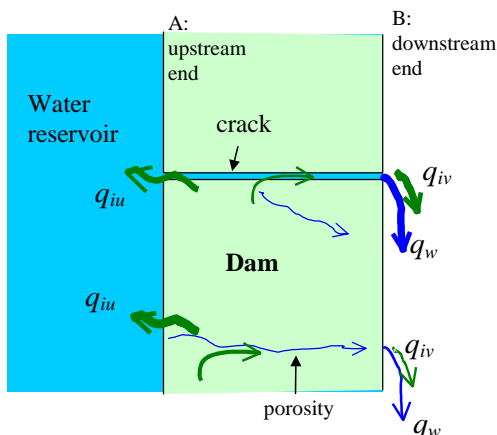


Figure 1 Principal leaching through a concrete dam, both through a crack and through the homogenous part.

### A.2 Flow of water

The present model used for leaching in homogenous concrete concerns the homogenous percolation of water through cement-based materials. Although the calculations are performed on the *bulk cross-section area*, they are based on the assumed presence of microscopic flow tubes in the material. The flow of water and ions is to take place in a number of tubes of a particular diameter and degree of connectivity. Tortuosity effects and intermolecular effects on the flow of water and ions are dealt with by use of simple models. The calculations on a metric scale are done by assuming there to be a particular number of these tubes per cubic or square meter of the specimen or structure. The water flowing into the material is assumed to be deionised. When the water washes out the initial content of calcium, more calcium is dissolved from solid C-S-H and solid CH in the walls of the tubes.

The dissolving reactions are assumed to arise when  $\text{Ca}^{2+}$  and  $\text{OH}^-$  are dissolved from CH, C-S-H and CAF compounds. Hydroxide ions stemming from potassium hydroxide (KOH) and sodium hydroxide (NaOH) are assumed to have already been washed out by the water. Thus the concentration of  $\text{OH}^-$  when the calculations begin, corresponds to a pH-value of about 12.5-12.6, or  $40 \text{ mole/m}^3$ . This corresponds to a concentration of Ca of  $20 \text{ mole/m}^3$ .

Flow of water through the concrete is calculated as

$$\nabla \cdot (v_w) = 0 \quad (8.19)$$

$$\begin{aligned}
 v_w & \text{ Homogenous concrete} \\
 v_w = k_{w0} \cdot (1 + a(c_{s0} - c_s))^2 & \text{ Homogenous concrete} \\
 -k_{w0} \nabla p_w & \text{ cracks}
 \end{aligned} \tag{8.20}$$

where  $a$  = term describing the increase in  $k_w$  due to larger flow tubes due to leaching.

$$a = \frac{Part \cdot M}{\rho \cdot share \cdot (V_{cap})_p} \tag{8.21}$$

$$\begin{aligned}
 k_{w0} & = \frac{r_w \cdot \rho_w \cdot g \cdot w^2}{12 \cdot \mu} \text{ cracks} \\
 k_{w0} & = \sum_{a=1}^N \left( n_a \cdot r_w \cdot \frac{\phi_{a0}^4}{128 \cdot \mu} \cdot \pi \cdot g / A_{tot} \right) \text{ Homog. concrete}
 \end{aligned} \tag{8.22}$$

### A.3 Flow of ions

Flow of ions in water filled cracks or in pore solution is calculated with

$$\frac{\partial c_i}{\partial t} = \sum \hat{c}_{is} - \nabla \cdot (\mathbf{F}_{iv} + \mathbf{F}_{iu}) \tag{8.23}$$

$$\begin{aligned}
 \sum \hat{c}_i & = k \cdot \left( \frac{c_s}{c_0} \right)^{K1} \cdot (c_{is} - c_i) = \\
 & = \sum_{a=1}^N n_a \phi_{a0} \cdot \frac{k_{is} \cdot \pi}{\delta_0} \cdot \left( \frac{c_s}{c_0} \right)^{K1} \cdot (c_{is} - c_i)
 \end{aligned} \tag{8.24}$$

$$\mathbf{F}_{iv} = \mathbf{v}_w c_i; \quad \mathbf{F}_{iu} = -k_i \nabla c_i \tag{8.25}$$

### A.4 Change of the solid

The content of calcium in concrete is received from the laboratory data or assumed as  $c_0 = 0.469 \cdot C$  (8.26)

where  $c_0$  = Total amount of calcium in not leached concrete (kg/kg); and  $C$  = amount of cement (kg). The saturation level of calcium (Ca) is assumed to be 20 mole/m<sup>3</sup>.

The paste porosity is assumed to increase when material is leached away from the concrete as

$$\begin{aligned}
 P_p(t) & = \frac{(V_{p(t)})_p}{V_p} = \frac{(V_p)_p}{V_p} + \frac{V_{leached}}{V_p} = \\
 & = \frac{C_0}{1000} \cdot (w/c - 0.19 \cdot \alpha) \cdot (c_0 - c_t) \cdot \frac{M_{CH}}{\rho_C}
 \end{aligned} \tag{8.27}$$

where  $P_p(t)$  = paste porosity year  $t$  (m<sup>3</sup>/m<sup>3</sup>);  $(V_{p(t)})_p$  = volume of the pores in the paste year  $t$  (m<sup>3</sup>/m<sup>3</sup>);  $V_p$  = paste volume (m<sup>3</sup>/m<sup>3</sup>);  $c_0$  = initial content of Ca (mole/m<sup>3</sup>);  $c_t$  =

content of Ca year  $t$  (mole/m<sup>3</sup>);  $M_{CH}$  = mole weight Ca(OH)<sub>2</sub> (kg/mole); and  $\rho_C$  = density of cement (kg/m<sup>3</sup>).

The capillary porosity in the paste is calculate as

$$\begin{aligned} (P_{cap})_p(t) &= \frac{(V_{cap})_p(t)}{V_p} = \frac{(V_{cap})_p}{V_p} + \frac{V_{leached}}{V_p} = \\ &= \frac{\frac{C_0}{1000} \cdot (w/c - 0.39 \cdot \alpha)}{V_p} + \frac{(c_0 - c_t) \cdot \frac{M_{CH}}{\rho_C}}{V_p} \end{aligned} \quad (8.28)$$

The current porosity of concrete is estimated as

$$P_c = \frac{((V_p)_a + (V_p)_p + M_{CH} / \rho_{CH} \cdot (c_{s0} - c_s) + V_{air})}{V_c} \quad (8.29)$$

### A.5 Strength models

These models are used in FE-analysis of leaching degradation of concrete. Based on the increase of porosity due to leaching a number of relations are presented below. When the porosity increases it is assumed that the strength and modulus of elasticity decreases. The compressive strength is here estimated as

$$f_{pc} = f_0(1 - P_p)^{K_1} \quad (8.30)$$

where  $f_{pc}$  = compressive strength of the cement paste (Pa);  $f_0$  = compressive strength of defect free paste (Pa);  $P_p$  = total porosity of paste (m<sup>3</sup>/m<sup>3</sup>); and  $K_1$  = empirical parameter, often between 2 and 3.5 (-). It is supposed that the strength of the concrete depends of the strength of the paste and on the w/c-ratio (Ekström 2004):

$$f_{cc} = f_{pc} \cdot a \cdot (w/c)^b \quad (8.31)$$

where  $f_{cc}$  = compressive strength of the concrete (Pa);  $a$  = curve-fit-parameter,  $a = 1.2$  to fit Ysberg (1979);  $b$  = curve-fit-parameter,  $b = 0.5$  to fit  $f_{cc}$  in Ysberg (1979);  $w/c$  = water to cement ratio (kg/kg); and  $\alpha$  = hydration ratio (-).  $f_0$  = strength of defect-free paste, 210 MPa to fit Ysberg 1979.

The split strength is assumed be related to the compressive strength as (Möller et al 1994):

$$f_{ct,sp} = A f_{cc}^B \quad (8.32)$$

where  $f_{ct,sp}$  = split tensile strength (Pa); and  $A, B$  = empirical constants (0.27-0.28 respektively 2/3 for “normal” concrete (-). The tensile strength is assumed as (Möller et al 1994):

$$f_{ct} = C f_{cc}^D \quad (8.33)$$

where  $f_{ct}$  = centric tensile strength (Pa); and  $C, D$  = empirical constants (0.24 respektively 2/3 for “normal” concrete (-).







# ELFORSK

SVENSKA ELFÖRETAGENS FORSKNINGS- OCH UTVECKLINGS – ELFORSK – AB  
Elforsk AB, 101 53 Stockholm. Besöksadress: Olof Palmes Gata 31  
Telefon: 08-677 2530. Telefax 08-677 2535  
[www.elforsk.se](http://www.elforsk.se)